INTRODUZIONE

1. *Il pensiero*

È generalmente accettato che esista un rapporto tra il pensiero dell'uomo e le richieste della società in cui vive.

La nostra capacità di pensiero, come ogni altra capacità degli esseri viventi, è una risposta alla necessità di controllare l'ambiente in cui viviamo.

Il pensiero è una risposta che i sistemi complessi, come gli esseri umani ma anche gli animali superiori, danno alle variazioni dell'ambiente per cercare di "compensarle", rendendone minimi gli effetti sugli equilibri interni del sistema stesso.

La capacità di pensiero cerca di ottenere questo obiettivo attraverso la costruzione di "modelli teorici" che in qualche modo "rappresentino" la realtà considerata, e diano uno strumento adatto a "capirla" e a formulare "previsioni" che permettano al sistema stesso di "prepararsi" in tempo alle variazioni che avverranno.

Per fare un esempio: la capacità di prevedere che si avrà fame, passato un certo numero di ore dall'ultimo pasto, è la ragione che spinge alcuni esseri viventi a darsi da fare per cercare cibo anche quando non hanno direttamente fame.

Quando questa capacità diventa particolarmente sviluppata, si arriva addirittura a realizzare attività apparentemente antitetiche al mangiare: quando un agricoltore semina il grano, butta via una parte di quello che dovrebbe essere il suo cibo, compiendo un'attività che non è spiegabile se non con la capacità di prevedere che, passati alcuni mesi, questo apparente "buttare via" gli permetterà di raccogliere una quantità di grano molto maggiore di quella "buttata", e quindi di avere cibo per soddisfare i bisogni futuri.

2. *Gli strumenti*

Parlando della specie umana il problema è però ulteriormente complicato dal fatto che noi utilizziamo attrezzi che ci permettono di potenziare le nostre capacità. Questa abitudine crea una situazione visibile di dipendenza dagli strumenti, come ad esempio nel caso della capacità di spostamento veloce.

Gli esseri umani sanno spostarsi con una velocità che, ormai, è superiore di molti ordini di grandezza a quella che viene fornita dalle loro gambe, tanto che si può dire che essi dipendano quasi totalmente dalle macchine, in questo campo.

Poiché vogliamo centrare l'attenzione su una attività di pensiero, occorre precisare che quando parliamo di strumenti non ci riferiamo solo a oggetti materiali, ma anche a procedimenti che siano diventati *strumenti di comprensione*, come ad esempio quello per eseguire le moltiplicazioni o altri che permettono di risolvere problemi vari. Queste procedure sono ormai così codificate da poter essere considerate "strumenti di lavoro" del nostro cervello.

La correlazione tra l'attività di pensiero e i suoi strumenti è dello stesso tipo di quella descritta per il movimento: ad esempio, il linguaggio verbale articolato, strutturato con l'uso di nomi, verbi, ecc., è senz'al-

tro un prodotto del pensiero ma ne è anche uno strumento insostituibile, tanto che attualmente è molto difficile separare l'attività di verbalizzazione da quella di concettualizzazione.

È cioè molto difficile separare un concetto dalla parola che lo esprime, o una relazione dalla frase che la rappresenta. Per la relazione si può ricorrere al formalismo matematico, che è pur sempre uno strumento logico.

In sostanza, la disponibilità di uno strumento di comprensione completo e adeguato permette al nostro pensiero di affrontare problemi ancora irrisolti, con la possibilità di risolverli e di arrivare a costruirne di nuovi e più potenti.

Avviene altresì che al di fuori del campo di applicazione diretta del modello si ottengano risultati notevoli: tutta l'astronomia ma anche la geologia e la cosmologia e la teoria della evoluzione dei viventi sono possibili, così come le conosciamo, perché il modello di terra sferica è entrato nel nostro patrimonio culturale, anche se esso non viene esplicitamente e direttamente menzionato in queste teorie. Non solo tale modello ci consente di avere strumenti di conoscenza più precisi, si sa ormai che la terra non è esattamente sferica, ma ha una forma che viene definita "sui generis".

3. *Il pensiero matematico*

Relazioni di questo tipo, di dipendenza tra necessità sociale, sviluppo del pensiero e disponibilità di strumenti adeguati, presiedono anche alla nascita e all'evoluzione del pensiero matematico.

Già a una prima osservazione, il legame più evidente è quello tra le capacità di calcolo, direttamente influenzate dagli "strumenti" disponibili, l'uso che si fa di questi e la comprensione dei principi logici che

stanno dietro alle tecniche adottate. Ossia, le capacità di calcolo sono direttamente legate alla comprensione della matematica e della realtà; la comprensione della matematica determina la conoscenza e la capacità di usare gli strumenti di calcolo e di comprensione e controllo della realtà; infine, l'adeguatezza degli strumenti matematici usati per comprendere la realtà permette un uso vantaggioso degli stessi, e quindi un accumulo di esperienza in qualità di premessa per la successiva crescita.

Si può dire, per definire in modo sintetico il processo, che il pensiero matematico in genere è nato per rispondere alla necessità di costruzione di modelli della realtà che fossero abbastanza astratti e generalizzabili.

La loro generalizzabilità doveva essere tale da permettere l'attività di scambio di beni e altre attività sociali come il sistema delle imposte, la notazione del tempo, ecc.

La disponibilità di modelli generali di comprensione ha permesso l'applicazione di questi a problemi più vasti, determinando una crescita a spirale delle possibilità offerte dai modelli e dei problemi affrontati.

Questi strumenti si sono rapidamente adattati alla necessità di costruire modelli generali di fenomeni complessi come gli eventi astronomici, estremamente importanti in una società agricola primitiva, ma hanno permesso anche la messa a punto di sofisticati mezzi di calcolo finanziario per la gestione delle risorse disponibili.

Abbiamo sotto gli occhi lo svolgersi di un fenomeno simile: il diffondersi della notazione esponenziale.

Essa è nata parecchi decenni fa per le esigenze di alcuni particolari rami della scienza, che utilizzavano sistematicamente numeri molto grandi o molto piccoli per denotare, ad esempio, le distanze astronomiche o le grandezze atomiche.

Questo strumento è uscito dal chiuso dei laboratori con la diffusione a livello di massa dei calcolatori, che

usano tale notazione per scrivere numeri oltre un certo limite. Così, la conoscenza del metodo sta raggiungendo una quantità notevole di persone, che sempre più padroneggiano il meccanismo degli "ordini di grandezza" e i segreti del sistema metrico decimale.

4. *La geometria euclidea*

Passiamo a considerare l'elaborazione della geometria euclidea: essa è chiaramente un prodotto del pensiero, ma è anche diventata un modo di pensare lo spazio, tanto da entrare nel patrimonio delle percezioni.

È stato dimostrato come in molte situazioni il nostro cervello intervenga sulle percezioni visive, fino al punto di modificarle per renderle congrue a questo modello: se chiedete a una persona qualsiasi quale sia la forma che vede quando guarda la ruota di un'automobile, la risposta che riceverete sarà sicuramente che è circolare.

Questa affermazione è però palesemente falsa: per vedere un cerchio, l'osservatore deve trovarsi sulla retta che passa per il centro ed è perpendicolare al piano del cerchio stesso; in tutte le altre posizioni, ciò che si vede è un'ellisse più o meno schiacciata.

Il fatto è che il modello euclideo ha ormai talmente permeato di sé la nostra comprensione dello spazio, che ad esso viene adattata a forza l'esperienza.

La forza di questo modello è diventata tale da ostacolare per molto tempo l'elaborazione di altri modelli; ad esempio, quelli relativi alle geometrie non euclidee; esse, comunque, non sono entrate a far parte del bagaglio culturale collettivo: noi pensiamo allo spazio secondo categorie esclusivamente euclidee.

Probabilmente, uno dei punti di forza del modello euclideo è dato dal fatto che l'invarianza degli elementi costitutivi dello spazio è tuttora fondamentale

per l'attività di scambio commerciale dello stesso, e tutti sappiamo quanto sia importante nella nostra società la compravendita dello spazio sotto forma di case di abitazione o di vacanza, di spazi di lavoro, ecc.; e l'utilizzabilità sociale è una molla fortissima per la sopravvivenza di un modello matematico.

Chiaramente, la disponibilità di strumenti di questo livello comporta una capacità molto diversa di comprendere il mondo circostante e di costruire modelli che possano "spiegarlo", ovvero permetterci di controllarlo.

La storia della matematica e del pensiero ad essa correlato può essere considerata uno dei rami della grande corrente che porta la nostra specie verso forme di astrazione sempre più elevate: l'astrazione dalla qualità dei fenomeni, per concentrare il pensiero sui caratteri generali e trasferibili di questi.

La storia che vogliamo proporvi è quella della conquista della capacità di pensare la quantità, e cioè qualcosa di indipendente dalle caratteristiche degli oggetti considerati.

Questa storia è punteggiata dalla nascita e dalla scomparsa di strumenti che hanno sostenuto il cammino, rendendo via via meno faticoso il lavoro "meccanico" di elaborazione e permettendo al pensiero di affrontare problemi sempre più complessi e generali.

Come si è già detto all'inizio, siamo arrivati ai livelli che conosciamo attraverso una complessa interazione tra le nostre capacità intellettuali, le richieste dell'ambiente in cui viviamo e gli strumenti che utilizziamo per sviluppare il nostro pensiero.

5. *I computer*

L'importanza di questo rapporto è dimostrata dalla crescita enorme di almeno due delle componenti della relazione:

– la complessità dell'ambiente in cui viviamo sta subendo un incremento, in quanto la nostra stessa attività è ormai diventata fonte di complessità e di variazione delle caratteristiche esterne;

– la nascita dei computer fornisce ormai uno strumento che permette di astrarre non solo dalla qualità degli oggetti considerati, ma anche dalle quantità, allo scopo di focalizzare il pensiero del programmatore e dell'utente sulle procedure logiche di soluzione di un problema, e sulle relazioni esistenti tra le grandezze in esame.

Nel passato, ci si è trovati a governare città già molto sviluppate, come Roma nel periodo imperiale, o Città del Messico prima della conquista. In quei casi, però, i problemi erano semplificati dalla struttura politico-sociale, estremamente rigida, e dalla percentuale esigua di persone che potevano prendere iniziative o concorrere alle scelte generali.

La realtà presente è caratterizzata da una circolazione molto intensa di persone, idee e merci che, nelle situazioni di maggiore democrazia, è accentuata dall'amplissima possibilità di assumere iniziative. Solo l'attuale disponibilità di potenti strumenti per la raccolta e la elaborazione di informazioni permette, a chi vi ha accesso, di operare scelte adeguate.

Possiamo inoltre osservare che la comparsa dei computer nella vita quotidiana ha iniziato ad interagire con la nostra maniera di fare alcune cose, probabilmente anche con il modo di pensare a quelle cose, e più in generale con la percezione del mondo intorno a noi.

Per capire ciò che sta accadendo, è necessario ripercorrere la storia del rapporto tra la complessità socioeconomica, gli strumenti disponibili e le capacità degli uomini, e considerare la sua evoluzione nei secoli e nelle diverse società.

I. DAL CORPO AL NUMERO

1. *L'alba del numero*

Ancora non sono passati 5000 anni da quando alcuni popoli hanno cominciato a scrivere sull'argilla, sulla pietra, sul papiro o su altri materiali. Di alcuni popoli, vissuti agli albori della storia, sappiamo molte cose, di altri sappiamo molto meno, perché è scarsa la documentazione giuntaci.

Mentre in Medio Oriente (Mesopotamia, Egitto) la civiltà ha raggiunto il culmine, e si avvia ad un lento decadimento, l'Europa è abitata da genti che vivono o sulla terraferma o in capanne fatte di rami, paglia e argilla, o sulle palafitte, e che stanno passando gradualmente dalla caccia all'allevamento e all'agricoltura.

Ancor prima dell'epoca storica, si deve presumere un alto grado di organizzazione economica, di articolazione sociale e di elaborazione culturale, pur in assenza di "scrittura". È un percorso lungo, che dura millenni.

Possiamo pensare, in principio, a uomini organizzati in piccoli gruppi, sparpagliati su territori vastissimi, perennemente assillati dalla fame, sempre esposti a ogni sorta di pericoli... Hanno ben poco tempo per le complesse attività di pensiero. Si esprimono a gesti e

Alberto Campiglio
Vincenzo Eugeni

DALLE DITA AL CALCOLATORE

strumenti Bompiani

con un linguaggio molto povero. La povertà delle esperienze coesiste con la povertà del linguaggio.

Oggi, per noi è facile contare, parlare di piccole quantità oppure di milioni e di miliardi con la stessa disinvoltura. I bambini imparano presto i nomi dei numeri, e contemporaneamente vi associano indicazioni quantitative; infine imparano ad esprimere i numeri sotto forma di simboli.

Ecco un piccolo episodio che ha come protagonista una bambina. Si sta a chiacchierare da un balcone all'altro:

– Silvia, quanti anni hai?

– Tre, – e apre tre dita, oppure si aiuta con l'altra mano a tener chiuse le due dita superflue.

Le diciamo che sbaglia, che deve stendere tutte le dita di una mano fuorché il pollice. Per qualche giorno continua a dire di avere tre anni mostrando quattro dita, poi riprende a indicare esattamente la sua età, senza lasciarsi fuorviare. Dunque, sa contare piccole collezioni ancor prima di andare a scuola, perché la madre glielo ha insegnato, ma soprattutto perché i numeri fanno parte ormai della nostra vita.

L'uomo primitivo invece non ha i numeri, e per inventarli deve faticare non poco.

2. *Popoli "primitivi"*

L'etnologo Lévi-Strauss vive un breve periodo, prima del 1940, presso i Nambikwara, una popolazione primitiva insediata nell'altopiano fra il Mato Grosso e la Bolivia.

"Gli indigeni, che vivono completamente nudi, dormono sulla nuda terra e ignorano l'uso delle coperte, siano esse di pelliccia o di tessuto" (1a). Durante la stagione delle piogge, che dura da ottobre a marzo, la temperatura può salire oltre i 40 gradi di giorno, per calare notevolmente la notte. Ma nella stagione secca,

la temperatura notturna scende a 8-10 gradi. Durante le piogge spuntano fiori e crescono erbe alte, poi tutto si dissecca: la terra riarsa e la sabbia riprendono il sopravvento.

Durante la stagione delle piogge, i Nambikwara si stabiliscono sulle alture nei pressi di un fiume e vi costruiscono capanne grossolane; poi dissodano piccoli spiazzi giù in basso, nella foresta-galleria, e li utilizzano come orti per coltivare manioca, tabacco, fagioli, cotone, arachidi e zucche; i prodotti vengono in parte serbati.

Durante la stagione secca il gruppo si disintegra e migra a gruppetti, formati da un numero ridotto e variabile di individui (da 4 a 40). "Errano attraverso la savana, alla ricerca di selvaggina, di animaletti come larve, ragni, cavallette, roditori, serpenti, lucertole... frutti, semi, radici" (1b). I ripari provvisori "sono costituiti da palme o da rami fissati in semicerchio nella sabbia e legati in cima. È l'epoca in cui la ricerca alimentare assorbe tutte le attività" (1c).

La descrizione della vita di questa popolazione può far comprendere meglio almeno una parte delle difficoltà incontrate dai nostri antenati. E si deve anche tener presente che questo non è il "livello zero" dell'umanità. È fuori dubbio, però, che una popolazione perennemente afflitta dalla fame, perseguitata dal clima, decimata periodicamente dalle epidemie e dalle incursioni nemiche, non ha ampi spazi per elaborazioni culturali; anzi, a causa delle decimazioni, rischia di veder vanificati in poche ore i progressi realizzati nel corso di varie generazioni.

Lévi-Strauss accerta che questa popolazione, nei suoi vari dialetti, possiede con sicurezza nomi per i numeri 1 e 2, e un termine per indicare "molti". Componendo i suddetti termini, o in altri modi, essi riescono a formare nomi di numeri fino a otto.

Le ricerche etnologiche condotte presso altre popolazioni primitive, verso la fine del secolo scorso, con-

fermano tali limiti nel possesso dei numeri: termini chiari per indicare 1 e 2; possibilità di enunciare il 3 secondo la forma "due e uno", e il 4 con "due e due"; esistenza di un termine dal significato generico di "molti". Questo si riscontra in Africa, in Oceania e in America.

I Nambikwara, servendosi delle mani, rappresentano il numero 1 tenendo il pollice destro sollevato, mentre con la sinistra tengono abbassate tutte le altre dita. Per il 2 sollevano solo l'indice ed il medio; il 3 è rappresentato dal solo anulare disteso. Possiedono anche un termine per indicare il paio (*ba*). Ovviamente non possiedono la scrittura e nemmeno una forma grafica per esprimere i numeri.

Nella vita pratica, per le indicazioni numeriche ricorrono anche alla ripetizione della parola indicante la cosa o l'evento. A un tizio che ha la malaugurata idea di sottrarre la moglie ad un altro, si consiglia di sparire dalla circolazione per un bel po' di tempo in questi termini: "Quando finirà questa luna, e quella, e quella, e quella, e quella, e quella, e quella, e quella, e quella, allora, quella potrai tornare" (1d). L'autore non precisa se le enumerazioni sono accompagnate da indicazioni concrete sulle dita o in altro modo.

Se per i Nambikwara la situazione è quella appena descritta, altri viaggiatori e missionari rilevano situazioni altrettanto desolate in altri angoli della terra.

"Presso i Namaqua, se si tratta di calcolare, è estremamente difficile far comprendere qualcosa ai bambini, mentre si mostrano maestri per tutto ciò che si può imparare meccanicamente e che non esige né pensiero né riflessione" (2a).

"Conoscete il labirinto dell'aritmetica inglese, col suo sistema antiquato... di pesi e misure? I nostri ragazzi zambesiani ci provano gusto. Parlate loro di libbre... e i loro occhi brillano, i volti si illuminano e in quattro e quattr'otto l'operazione è fatta, se si tratta soltanto di un'operazione... Ma date loro un problema

tra i più semplici, che richieda un po' di ragionamento, ed eccoli davanti a un muro" (2b). Secondo il missionario W.H. Bentley "l'africano, negro o bantù, non pensa, non riflette, se può farne a meno" (2c).

"Questi stessi primitivi ai quali il minimo pensiero astratto pare uno sforzo insopportabile e che non sembrano preoccuparsi di ragionare mai, si mostrano invece penetranti, giudiziosi, abili, persino sottili, quando un oggetto li interessa, e soprattutto appena si tratta di raggiungere uno scopo che essi desiderano ardentemente" (2d).

È più che ovvio: l'interesse e la necessità spingono gli uomini, allora come ora, a cercare delle soluzioni per le esigenze che via via si presentano. I neri d'America, scrollatasi di dosso la schiavitù e superati i pesanti retaggi, si sono dimostrati capaci quanto i bianchi di raggiungere le massime cariche nella politica, nell'amministrazione, ecc.

3. *Contare senza numeri*

I nostri bambini già in tenera età imparano i termini che designano i numeri, la corrispondente quantità, poi anche la rappresentazione scritta. Il loro "contare" è generalmente associato all'uso delle dita. Si è notato che alcuni bambini di 5-6 anni stabiliscono una corrispondenza fra un piccolo gruppo di oggetti e le dita delle mani, quindi contano sulle dita stesse per conoscere la quantità degli oggetti. Un bambino di 7 anni, con rilevanti difficoltà di apprendimento, pena più di un anno per imparare i nomi dei numeri da 0 a 10, e fatica quasi altrettanto ad associare le parole alle cifre: per riconoscere la cifra "7", deve contare la tabella dei numeri fino a 7; successivamente, quando gli si mostra la cifra 7, stende immediatamente 7 dita (5 + 2) e poi si mette a contare sulle dita fino a sette. Solo ora dice che quel numero è "sette".

I nostri antenati, anche quelli di intelligenza superiore alla media, non possiedono invece né le cifre, né le parole per designare i numeri, e nemmeno i numeri.

La percezione visiva consente all'uomo di riconoscere modeste quantità di oggetti senza contare. È accertato che possiamo individuare, con un colpo d'occhio, e senza contare, fino a tre oggetti, eccezionalmente 4; per quantità superiori dobbiamo ricorrere a piccoli artifici, per esempio raggruppare mentalmente gli oggetti che vediamo: 2 + 2, 3 + 2 oppure 3 + 3. Per quantità superiori si impone una qualche forma di conteggio. In altre situazioni, per esempio a un banchetto, possiamo stabilire se gli invitati sono di più o di meno del previsto con la semplice osservazione: basta guardare se mancano o avanzano piatti.

È semplice, anche per il primitivo che non sa contare, riferire ai compagni di avere avvistato uno, due, tre capi di selvaggina. Aiutandosi con i gesti, può ripetere il nome dell'animale tante volte quanto è necessario, oppure può esemplificare con i sassolini o con le dita delle mani.

Il primo passo verso la conquista del numero è il riconoscimento della corrispondenza biunivoca: un sassolino, una pecora; due sassolini, due pecore... Con i sassolini si può giungere a rappresentare quantità notevoli, a condizione di poter stabilire la corrispondenza biunivoca in modo sicuro e di non perdere poi i sassolini stessi.

Un passo importante per la costruzione mentale di un sistema numerico è la capacità di superare lo stadio "fisiologico" o "percettivo", per arrivare a dominare una quantità maggiore (6, 7...). Le cinque dita di una mano sembrano fatte apposta per fornire all'occhio il punto d'appoggio per recepire e memorizzare qualcosa in più. La facilità di memorizzazione è legata alla struttura stessa del nostro modo di pensare; infatti, le "figure" formate da una mano con dita distese o piegate possono essere memorizzate come tali, anche

senza avere ben chiaro il significato del gesto; ciò perché la nostra specie, come dice Arnheim, ha una capacità di pensiero molto legata alla facoltà visiva e alla elaborazione di immagini, come stadio precedente alla memorizzazione di concetti sotto forma di parole.

L'estensione della tecnica all'uso delle due mani deve aver rappresentato il primo passo che ha portato a contare fino a 10. È interessante notare che, già a questo livello, compare la ricorsività, cioè si applica di nuovo un certo procedimento a una situazione simile, ma leggermente diversa.

Una delle caratteristiche fondamentali degli esseri viventi è quella di mantenere un metodo, una tecnica che si sia dimostrata valida, affidabile ed economica, anche al di fuori di uno specifico ambito, con opportune modifiche. Solo una necessità eccezionale può indurre ad abbandonare una metodologia collaudata, e anche in questo caso persisteranno le tracce di ciò che è stato.

La storia ci insegna che i progressi non sono mai improvvisi, che il nuovo non sostituisce il vecchio dall'oggi al domani. A cinquecento anni dall'acquisizione definitiva delle cifre arabe, non sono pochi gli ambiti d'uso delle cifre romane. Nel linguaggio, la persistenza delle tracce di vocaboli più antichi è ancora più accentuata.

In inglese la parola *digit* significa cifra, ma anche dito; deriva dal latino *digitus* ("dito"): digiti sono i primi nove numeri; *articuli* sono le decine. La parola *digit* ci è ritornata sotto la forma "digitale" e "bit", acronimo di *binary digit* ("numerazione binaria"). È partita da Roma col significato di calcolo manuale ed è ritornata dopo duemila anni con il calcolo elettronico. Le tecniche di calcolo diffuse dai Romani sono quindi superiori a quelle delle popolazioni celtiche, e vengono adottate; così come ora, è la tecnologia del mondo anglosassone ad avere la superiorità, e perciò noi importiamo i mezzi e le parole con le quali viene espressa.

Fin dai primordi l'uomo acquisisce la consapevolezza della versatilità delle proprie dita in ogni aspetto della vita. Non può sfuggirgli la possibilità di usare le dita delle mani, e se necessario anche dei piedi, per rappresentare o registrare determinate quantità, e per calcolare.

Tuttora, quando vogliamo attirare l'attenzione di una persona su qualche cosa, la "indichiamo" usando appunto l'indice. La forza del legame tra il dito e l'azione è mostrata dalla radice comune del verbo e del nome del dito. Si stabilisce così un legame tra la parte del corpo, il dito, e il concetto che definisce l'azione, tanto che oggi manteniamo l'uso della parola "indicare" anche per azioni che nulla hanno a che fare con il dito in sé ma sono concettualmente analoghe all'azione primitiva di attirare l'attenzione di qualcuno su qualche cosa.

Noi per indicare due oggetti orientiamo opportunamente un dito e diciamo ad esempio: "Guarda quelle DUE case"; ricorriamo cioè al dito per indicare la direzione e alle parole per specificare la quantità. Se non disponessimo delle parole adatte e del concetto formalizzato di numero, per rappresentare la quantità dovremmo usare due dita; diversamente dovremmo indicare in successione gli oggetti di cui si tratta: il primo, il secondo...

Già nel primo tipo di azione esiste un preciso rapporto tra il dito e l'oggetto; questa relazione si amplia fino a diventare relazione di equipotenza quando usiamo più dita o più volte lo stesso dito, stabilendo una relazione "uno a uno" con gli oggetti che ci interessano per indicarne la quantità. Da queste considerazioni emerge la presenza contemporanea dell'aspetto ordinale e di quello cardinale del numero; infatti, le dita sono naturalmente "ordinate" e ancora di più lo sono le indicazioni in successione, mentre la corrispondenza uno a uno è riferibile al concetto di cardinalità di un numero.

Si suppone che i termini indicanti i numeri, almeno quelli di più antica invenzione (in pratica i primi cinque), derivino da parole indicanti le dita o parti del corpo. Purtroppo, tutto ciò si è perso nella notte dei tempi e non resta altro da fare che affidarci a ipotesi e analogie. Varie popolazioni primitive studiate nel secolo scorso per esprimere il 5 usano un termine che significa "mano". I numeri inferiori a 5 dovrebbero derivare dai nomi delle dita. Il termine sanscrito *pantcha*, che vuol dire 5, trova una corrispondenza nel persiano *pentcha*, mano. Il cinque russo, *piat*, somiglia a *piast*, mano tesa.

A questo punto bisogna ricordare che anche la parola, in quanto suono ed espressione di pensiero, contribuisce insieme alle dita e ad altre parti del corpo al lungo processo di costruzione del concetto di numero.

Dantzig riferisce che una tribù della Columbia Britannica possiede ben "7 distinti gruppi di vocaboli per indicare i numeri: uno per gli oggetti piatti e per gli animali, uno per gli oggetti rotondi e per il tempo, uno per contare gli uomini, uno per gli oggetti lunghi e per gli alberi, uno per le canoe, uno per le misure, uno per contare senza riferirsi ad oggetti ben determinati" (3a). Ciò significa che se da un lato si è giunti a dare un nome ai numeri (nome che indica nello stesso tempo anche l'oggetto contato), dall'altro si è rimasti avvinghiati alla percezione concreta delle cose; è cioè mancato quel passo verso l'astrazione che avrebbe fatto capire che quattro canoe e quattro uomini hanno in comune proprio il "4".

4. *Il numero, a tappe*

Partendo da capacità percettive analoghe a quelle degli animali, l'uomo crea il concetto di numero, e i numeri, in momenti successivi.

1. Numerazioni figurate o concrete: dall'uso dei

sassi o dei bastoncini si passa al gesto numerico riferito prioritariamente al proprio corpo; il gesto è accompagnato dalla parola che rappresenta il nome della parte del corpo. In ogni tempo, infatti, lo strumento principe del calcolo umano è il corpo, sempre a disposizione. Se le dita delle mani e dei piedi non sono sufficienti, si fa ricorso anche al resto: giunture o parti caratteristiche. E non è necessario l'uso di termini specifici. Purché in precedenza si stabilisca una convenzione, basta osservare con attenzione colui che si accinge ad "esprimere" un messaggio numerico. Costui, in effetti, tocca le parti del proprio corpo nell'ordine convenuto fino a raggiungere il punto idoneo. Al gesto visibile e concreto può aggiungere l'indicazione orale, consistente nel pronunciare il nome delle parti che vengono toccate.

Presso i Papua della Nuova Guinea: "Si comincia dal mignolo della mano destra, si continua con le dita della stessa parte, il pugno, il gomito, la spalla, l'orecchio e l'occhio, quindi si passa all'occhio sinistro... fino al mignolo della mano sinistra" (4a). I termini usati sono i nomi stessi delle parti del corpo. Poiché una stessa parola viene usata per indicare alcuni numeri diversi fra loro, la specificazione è realizzata dal gesto: *anusi* è il nome del mignolo e nella numerazione corporea suddetta rappresenta 1 sulla destra e 22 sulla sinistra.

La corrispondenza biunivoca fra pecore e sassolini può essere scomoda quando il gregge è numeroso. Si devono inventare degli espedienti. Dantzig narra il metodo adottato dal re del Madagascar per contare le sue truppe: "Si fanno sfilare i soldati in uno stretto passaggio e per ciascuno di essi si fa cadere un sassolino. Quando si è arrivati a 10, si pone un sassolino in un nuovo mucchio che rappresenta le decine e si continua a contare. Quando il secondo mucchio contiene dieci sassolini se ne inizia un terzo che rappresenta le centinaia e così via" (3 b).

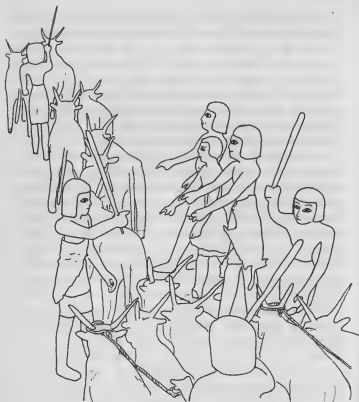
2. L'enunciazione dei nomi delle parti del corpo, automatizzata in virtù della convenzione che ne regola l'ordine di "apparizione", diviene semi-astratta: si pensa sempre meno alla parte del corpo che essa rappresenta e sempre di più ad un significato quantitativo riferibile a qualsiasi oggetto. Del resto, quando parliamo di un televisore da 22 pollici, pochi di noi ormai pensano al primo dito della mano, o alla misura inglese corrispondente a cm 2,54.

3. Nel corso dei millenni, dall'unica parola si sviluppano due termini diversi: quello indicante il numero e quello indicante la parte del corpo. Si può supporre che il nome del numero si sia modificato più lentamente perché la cultura è appannaggio di ristrette élites tendenzialmente conservatrici e gelose delle proprie conoscenze. I termini legati alla quotidianità, invece, si deformano o si perdono più rapidamente o vengono sostituiti da altri, o cambiano radicalmente di significato.

Ormai il sistema numerico ha acquisito una propria esistenza autonoma, e anche una struttura coerente fondata su una base stabile.

5. *Calcoli digitali elaborati*

Il calcolo digitale diviene oggetto di nuove e più complesse elaborazioni che consentono maggiore efficienza nei conteggi e l'espressione di numeri molto grandi.

Affascinante e piena di realismo è la scena del censimento del bestiame, realizzata con statuine di legno e conservata al Museo del Cairo. Il bestiame viene fatto passare attraverso una strettoia, incitato dagli schiavi. Su uno dei lati della strettoia ci sono tre uomini addetti alla conta, come si vede dal modo di tenere le braccia e le dita. Sul lato opposto ci sono gli scribi con palette e papiri, nonché alti funzionari.

Censimento del bestiame (particolare), da un modellino in legno dipinto.

Le tecniche digitali elaborate dagli Egizi si sono poi diffuse presso i popoli antichi. Se ne può registrare la codificazione in oriente (presso i Persiani) e in occidente (opere del Venerabile Beda, VII sec.), con varianti minime.

I commercianti della regione di Bombay utilizzano una tecnica basata sul calcolo quinario (base 5). La mano sinistra è usata per evidenziare le unità; la de-

stra per le cinquine. Per contare 1 sollevano il pollice sinistro, per 2 sollevano anche l'indice, e così via fino al 5. A questo punto sollevano il pollice destro (che viene ad assumere il valore di 5) e richiudono le dita della sinistra. Riprendono a sollevare le dita della sinistra. Raggiunto di nuovo il 5, sollevano anche l'indice della destra (valore complessivo 5 + 5 = 10). Richiudono la sinistra e continuano. Quando la destra avrà tutte le dita distese, essa rappresenterà il numero 25; aggiungendo di nuovo 5 unità sulla sinistra, si riesce a contare fino a 30.

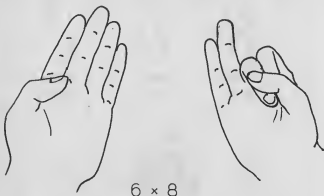
Una particolare tecnica di conto duodecimale (base 12) è diffusa in tutta l'area compresa fra Indocina, Turchia ed Egitto. In questo caso entrano in gioco le falangi delle dita della mano destra; il pollice viene utilizzato come puntatore. Si tiene la mano con la palma verso l'alto e si fa scorrere il pollice sulle falangi; si comincia da quella estrema del mignolo (numero 1), si passa alla mediana (2), e a quella prossima al palmo (3); si continua sulla falange estrema dell'anulare (4), sulla media (5), ecc., fino alla falange prossima dell'indice (12). La sinistra è rimasta con le dita distese; al 12, si provvede a ripiegare il mignolo sinistro. Ricominciando a contare sulla destra, si arriva a 24 e allora si ripiega l'anulare sinistro. A 60 tutte le dita della mano sinistra saranno ripiegate.

Il Venerabile Beda elabora o rielabora una particolare numerazione digitale che si ritrova in molti trattati di aritmetica fino al XVIII secolo. È troppo lungo descrivere la posizione di ogni dito; è sufficiente osservare l'illustrazione. Si nota, fra l'altro, che il numero 1.000.000 è illustrato da un uomo con le braccia alzate e congiunte al di sopra del capo; nell'antico Egitto lo stesso numero è rappresentato da un uomo in ginocchio con le braccia tese verso l'alto. Non solo: nella cifra egizia rappresentante l'unità si è voluto scorgere un dito, mentre da due braccia protese sarebbe derivata la cifra del 10.

SINISTRA		DESTRA	
1	10	100	1000
2	20	200	2000
3	30	300	3000
4	40	400	4000
5	50	500	5000
6	60	600	6000
7	70	700	7000
8	80	800	8000
9	90	900	9000

Antica tecnica di numerazione digitale e corporea: valori sulla mano sinistra e su quella destra.

Già nell'antichità le dita sono usate non solo per contare, ma anche per eseguire calcoli, cioè operazioni aritmetiche. Il modo di usare le mani per effettuare somme è piuttosto ovvio, se si rimane nell'ambito delle capacità di rappresentazione del sistema adottato. Esiste una tecnica digitale che consente di usare le due mani a mo' di calcolatrice per eseguire moltiplicazioni di numeri interi da 6 a 9.

Dovendo eseguire 6 × 8, a tutti e due i fattori si sottrae 5, cioè (6−5 e 8−5)... restano 1 e 3. A questo punto si chiude un dito della mano sinistra e 3 della destra. Tutte le altre dita restano distese. La somma delle dita piegate ci dà il totale delle decine (4, ossia 40 unità). Ora moltiplichiamo il valore delle dita aperte della sinistra per quello della destra (4 × 2) ed otteniamo 8; 40 più 8 ci dà 48, che è il prodotto di 6 × 8.

Moltiplicazione sarda o turca.

Questa tecnica è tuttora viva presso i Sardi, e per quelli emigrati sul continente è uno dei simboli delle proprie radici e della propria identità culturale e ne vanno giustamente orgogliosi. È una tecnica molto antica, nota anche come "regola turca", perché impie-

gata dai mercanti turchi per i loro calcoli. La si trova descritta nelle opere del matematico francese N. Chuquet (1445-1500) e del persiano Baha' ad-din al-Amuli (1547-1622). Tracce di questa tecnica si riscontrano ancora nell'Alvernia, nell'Africa settentrionale, nei Balcani, e in tutto il Medio Oriente, fino in India.

L'esempio è interessante in quanto dimostra che, se oggi la conoscenza delle "tabelline" è diffusa presso ogni ceto, nel medioevo perfino i mercanti dovevano ricorrere ad espedienti per moltiplicare con sicurezza due numeri compresi fra 5 e 10.

II. MESOPOTAMIA: L'ARGILLA COME MEMORIA

1. *Sorgono le prime città*

Fra il IV ed il III millennio a.C., forse provenienti da est, si insediano in questo territorio i Sumeri. Essi operano in modo sistematico per rendere coltivabili molte zone disabitate e paludose; l'acqua dei fiumi viene raccolta e convogliata nei campi con un efficiente sistema di fossi.

La grandiosità degli interventi sul territorio, vuoi per trasformarlo, vuoi per evitare i danni derivanti da alluvioni o siccità, richiede che la popolazione si addensi in luoghi precisi, per intervenire tempestivamente ed opportunamente; ciò conduce al formarsi di gruppi sociali con mansioni diverse. Sorgono le prime città. La città è inizialmente il luogo d'incontro dove convergono gli agricoltori per scambiare le mercanzie. Essa viene resa sicura dall'erezione di mura (per difenderla dai predoni) e dalla sottomissione a una divinità, per la quale si costruisce il tempio.

Il passaggio e il contrasto fra il mondo pastorale e quello contadino (vita di villaggio), e la prevalenza di quest'ultimo, sono narrati efficacemente nel racconto biblico di Abele e Caino, sebbene con una connotazione negativa nei confronti del secondo. Probabilmente, questo racconto discende da analoghi miti sumeri.

2. *Dalle città-stato all'impero*

L'organizzazione politica della Mesopotamia è inizialmente incentrata sulla città-stato. L'ipotesi più accreditata riguardo alla forma di governo, nei primi stadi, è quella di un "socialismo teocratico": socialismo perché non esiste la proprietà privata, teocratico perché tutto appartiene al dio tutelare, cioè al tempio, del quale il sacerdote è il vicario. Il "tempio" è un complesso edilizio piuttosto vasto in quanto, oltre alla *ziqqurat*, comprende aree per le cerimonie, abitazioni, scuole, archivi e magazzini. I più antichi documenti scritti mostrano come già la ricerca della proprietà privata e del potere porti a feroci contrasti e a lotte spietate. I sacerdoti, non soddisfatti di un potere puramente rappresentativo, si attribuiscono man mano la proprietà di una parte dei possedimenti del tempio; in questo modo divengono latifondisti e pongono le basi per la formazione di caste.

In seguito, pur restando il vicario della divinità tutelare, il sommo sacerdote assume funzioni sempre più temporali, anche a causa della progressiva articolazione della società e delle accresciute esigenze. Abita in un palazzo separato dal tempio, e conduce una vita quotidiana molto dispendiosa.

Le città-stato sumere sono continuamente in lotta fra di loro per il predominio su tutta la regione. Lugalzagesi, re di Uruk, verso il 2390 conquista tutta la zona fra Nippur e il Golfo Persico.

L'immenso sviluppo del commercio estero delle principali città sumere, se da un lato consente periodi di pace, dall'altro spinge verso l'unificazione politica ed economica della regione. Ciò avviene per opera di Sargon, re degli Accadi, una popolazione nomade che vive nella parte nord-occidentale della pianura. Lui e i suoi successori dominano un territorio che va dal Golfo Persico alle rive del Mediterraneo, dal 2350 al 2150 circa.

L'epopea dei Sumeri finisce intorno al 2000 a.C. con la conquista da parte degli Elamiti. Tuttavia la lingua sumerica sopravvive come lingua della cultura, della poesia e del culto ancora per un millennio (come il latino).

Le risorse economiche derivanti dall'agricoltura e dal patrimonio del tempio si concentrano nelle mani dei sovrani, dei sacerdoti e dei funzionari. Ciò porta allo sviluppo di un commercio internazionale di enormi proporzioni su tutta l'area fra l'Indo, l'Egitto ed il Mediterraneo orientale. Gli scambi avvengono per via fluviale (fiumi e canali), marittima e terrestre. Questi ultimi si effettuano con grosse carovane formate anche da 200 asini e muli. Il cammello viene addomesticato solo nel II millennio a.C.

In un primo periodo, i commercianti operano su incarico del principe. Questi si accolla il rischio del carico, quelli affrontano grandi disagi e rischiano la pelle in cambio di guadagni rilevanti. Col tempo, il commercio viene monopolizzato da vere compagnie internazionali, con propri empori e scali e con un sistema di prezzi ben definiti e validi a livello internazionale. La valuta è rappresentata dall'argento.

La Mesopotamia è un paese povero di materie prime, a parte le risorse agricole. Pertanto i Sumeri sviluppano attività commerciali in tutte le direzioni per acquisire tali materie prime direttamente dai produttori e portarle in patria, dove un'industria altamente specializzata provvede alla trasformazione. L'immissione di questi oggetti sul mercato procura enorme ricchezza.

Il legname è importato in modo massiccio come materiale da costruzione, ma anche per realizzare carri, mobili, utensili vari, strumenti musicali; i cedri provengono dal Libano, i cipressi dall'Armenia, il bosso e l'ebano dalla Nubia. Altrettanto rilevante è l'importazione di metalli già dalla fine del IV millennio a.C.: l'oro dall'Egitto, dall'Asia Minore e dall'India; l'ar-

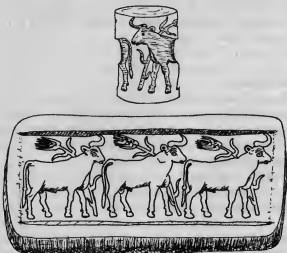
gento dal Tauro; il rame dall'Elam e dall'Asia Minore. Le pietre preziose necessarie per la fabbricazione dei gioielli sono importate anch'esse in quantità rilevanti: corniola, berillo, diaspro, turchese e lapislazzuli. Quest'ultimo giunge dalle regioni del Pamir e dell'Hindukush.

Scambi commerciali così estesi dimostrano senz'altro la vitalità economica del paese e la complessità degli strumenti di gestione, ma lasciano anche intuire l'ampiezza degli orizzonti culturali conseguentemente ai contatti fra le *élites* dei vari popoli.

I sigilli, realizzati in numero incredibile, sono di due tipi: a stampo e cilindrici. I primi risalgono anche al IV o addirittura al V millennio a.C., ma nulla si sa circa la loro funzione; vi sono raffigurati animali, piante, motivi geometrici. I sigilli cilindrici, trovati a migliaia, hanno dimensioni varie, e recano incise immagini di animali, piante o motivi astratti; sono oggetti "personali", il loro uso chiama in causa la responsabilità e il ruolo del possessore. Si può dire che abbiano la stessa funzione della carta intestata di oggi, o di un atto di autenticazione. Infatti vengono usati anche come marchi ufficiali di chiusura; ciò è attestato dal ritrovamento di sigilli accanto a frammenti di chiusure di vasi di ceramica recanti la loro impronta.

3. *L'origine della scrittura*

La costruzione di mura, torri, edifici complessi e canali stimola lo sviluppo di capacità progettuali, l'elaborazione di modelli astratti; si va così completando il mosaico delle capacità logiche che presiedono allo sviluppo della matematica e della scrittura. La scrittura delle parole e quella delle cifre che rappresentano i numeri nascono come risposta alle esigenze di un'economia in espansione, e come mezzo per risolvere i

strumenti Bompiani

Sigillo e sua impronta su creta (3° millennio a.C.).

problemi che ne derivano. L'evoluzione formale e concettuale della scrittura e dell'aritmetica apre contemporaneamente spazi nuovi alla formalizzazione, alla gestione e alla custodia delle informazioni.

Nell'epopea di "Enmerkar e il signore di Aratta" si narra di una trattativa, a mezzo di una delegazione, con la quale Enmerkar re di Uruk pretende la sottomissione della città di Aratta. Il signore di quest'ultima non vuole assolutamente andare al di là di una formale dimostrazione di rispetto. Messo di fronte all'inconcludenza dei diplomatici, interviene e

"prese allora una zolla d'argilla
il signore di Uruk,
e vi scrisse parole come sopra una tavola.
Mai era stata scritta parola sull'argilla.
Ma ora, poiché il dio del Sole
così l'aveva ispirato,
così accadde. Ed Enmerkar scrisse la tavola" (5a).

È questa la prima indicazione scritta relativa all'invenzione della scrittura, che viene attribuita a un'ispirazione divina.

Durante gli scavi condotti dai Tedeschi nell'area del "Tempio Rosso" di Uruk nel 1929-31, si scopre un migliaio di tavolette scritte risalenti al 3200-3100 a.C. Esse sono anteriori, sia pure di poco, ai più antichi reperti di scrittura geroglifica. Si riferiscono all'amministrazione e alle operazioni economiche del tempio, come dimostra il luogo del ritrovamento.

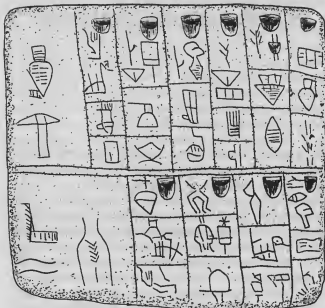
Le tavolette d'argilla sono quadrate o rettangolari, con la superficie convessa. Le dimensioni sono variabili.

La tavoletta viene usata quando la superficie è ancora umida. La scrittura procede per colonne verticali, separate da una linea, da destra verso sinistra. Al suo interno, ogni colonna può essere divisa in riquadri per indicare l'autonomia concettuale di ogni raffigurazione. Lo strumento usato per incidere le tavolette è uno stilo, presumibilmente formato da una cannuccia avente un'estremità appuntita (o con sezione circolare ridottissima) e l'altra estremità con sezione circolare grande. La tavoletta, una volta compilata, viene messa ad essiccare. Oltre che sulle tavolette, si scrive su altri oggetti d'argilla come mattoni, chiodi, stele, pannelli, ma anche su sigilli e su metalli. Non sono pervenute scritte su materiali più deperibili.

La maggior parte dei testi scritti riguarda atti amministrativi ed economici, ma si hanno anche lettere, iscrizioni reali, leggi, testi mitologici, religiosi, magici, e altri generi letterari. La "primogenitura" spetta ai numeri, ma è importante tracciar prima l'evoluzione della scrittura presso i Sumeri, dal suo nascere al momento più alto. Uno svolgimento analogo si ha in Elam.

1ª fase: PITTOGRAMMA. Lo scriba traccia sulla tavoletta l'immagine semplificata di un oggetto o di una parte che lo caratterizza. Tutto questo richiede una grande abilità grafica, ma anche una notevole ca-

pacità mnemonica, dato che già prima del 3000 a.C. la scrittura è formata da oltre 2000 segni diversi.

L'immagine dell'occhio, oltre a rappresentare l'organo in quanto tale, significa "guardare"; due tratti ondulati rappresentano l'acqua. Un primo livello di astrazione viene raggiunto associando le due figure per significare "piangere". La raffigurazione del sesso indica l'uomo o la donna; ma l'associazione del "pube femminile" con "montagne" sta a significare "serva" o "schiava", e ciò si spiega col fatto che essi se ne procurano presso le genti delle montagne. Ci sono tuttavia immagini dal significato plurimo: non solo

Tavoletta sumerica arcaica.

"astro", ma "cielo", "dio"; "sole" vale anche "giorno", "luminoso", "benevolo", "sereno" (5b).

2ª fase: IDEOGRAMMA (dal 2500 a.C. circa). La notevole espansione economica ha come conseguenza un accresciuto ricorso alla scrittura. Si adottano tavole di maggiori dimensioni e nel contempo ci si preoccupa di realizzare forme di scrittura più rapida. Già il pittogramma, col passare del tempo, aveva assunto un tracciato sempre più stilizzato, fino all'attenuazione o alla sostituzione delle linee tondeggianti con tratti diritti. Intorno al 2800 a.C. gli ideogrammi si sono ridotti a 600. L'adozione di tavolette più grandi e più pesanti comporta un cambiamento nella direzione della scrittura. Tutta la riga subisce una rotazio-

	a	b	c	d
BUE				
MUCCA				
DONNA				
UOMO				
ACQUA				
MONTI				
TERRA				
CIELO, DIO				

Evoluzione della scrittura dei Sumeri:
a) pittogrammi (3° millennio a.C.);
b) rotazione delle figure;
c) segni cuneiformi fra il 2350 e il 2000 a.C.;
d) scrittura cuneiforme assira (1° millennio a.C.).

ne di 90 gradi in senso antiorario, comprese le figure. La scrittura ora muove da sinistra verso destra, su righe orizzontali collocate l'una sotto l'altra. Ne deriva una parziale deformazione dei tratti. Si adotta un nuovo stiletto che consente di imprimere brevi tratti-ni orizzontali o verticali (chiodi) oppure dei cunei; aumenta la velocità di scrittura e migliora l'aspetto delle tavolette: le parole sono più compatte e le righe più fitte e ordinate. Si raggiunge così un nuovo livello di astrazione: il segno scritto comincia a perdere ogni rassomiglianza con la cosa rappresentata.

3ª fase: SCRITTURA SILLABICA. Il passaggio a questo stadio è agevolato dalle caratteristiche della lingua, che è prevalentemente monosillabica e agglutinante.

L'agglutinazione è una caratteristica di alcune lingue, per cui si formano parole giustapponendo elementi diversi: dio = *dingir*; dei = *dingir-dingir*, oppure *dingir-re-ne* (6a); *Lu-dingir-tuku* = l'uomo che ha un dio, l'uomo religioso; *Lu-dingir-nu-tuku* = l'uomo che non ha un dio (7a). Nel francese moderno, per esempio, *aujourd'hui* = oggi.

La sillaba cuneiforme, in quanto parola, perso ogni riferimento al pittogramma originario, passa a rappresentare il suono della parola e non più l'oggetto.

È dunque merito dei Sumeri avere inventato la scrittura, averla perfezionata e averne esteso l'applicazione dalle attività pratiche a tutti gli altri campi della vita culturale e sociale. I popoli vicini, consapevoli dell'importanza della scrittura sumerica, adottano i segni cuneiformi per scrivere i suoni delle loro lingue: sia i semiti (Accadi, Assiri, Babilonesi), sia gli altri (Elamiti, Ittiti, Persiani...).

Se il pittogramma è comprensibile anche ai non iniziati, con il passaggio all'ideogramma e al cuneiforme sillabico la scrittura diviene uno strumento di potere in mano alle caste dominanti: la corte, i sacerdoti, la borghesia, con o senza la mediazione degli scribi; la

scrittura è essenziale nei rapporti economici e politici a livello internazionale.

Lo sviluppo della scrittura non sarebbe stato possibile senza una struttura scolastica ben organizzata. Le prime scuole sono istituite presso i templi per ovviare più alle esigenze derivanti dall'amministrazione del patrimonio che a quelle legate al culto. La professione di scriba probabilmente si trasmette di padre in figlio. Ma le classi dirigenti, o aspiranti tali, comprendono che il leggere e lo scrivere sono indispensabili per la gestione corretta e fruttuosa dei propri affari, e cominciano a mandare i figli maschi alla scuola, detta *e-dubba*, pagando all'amministrazione del tempio somme rilevanti.

I Babilonesi poi inventano i dizionari, le grammatiche e nelle loro scuole insegnano anche le lingue straniere. Un quarto delle tavolette della biblioteca reale di Ninive è rappresentato da dizionari e grammatiche delle lingue sumera, assira e babilonese. Anche a Ebla, nel 1975, sono rinvenute migliaia di tavolette che risalgono fino al 2300 a.C.: contengono trattati con i paesi vicini, accordi commerciali, leggi, ordinanze, contratti, dichiarazioni fiscali, e inoltre i più antichi dizionari del mondo (ben 52).

4. *L'invenzione dei numeri*

L'attività economica dei popoli della Mesopotamia forse non avrebbe assunto dimensioni sovra-regionali e poi internazionali senza adeguati supporti materiali, tecnici e culturali, da essa stessa scaturiti.

I miti mesopotamici narrano come la madre primigenia, la dea Nammu, abbia plasmato gli uomini con l'argilla perché aiutino gli dei nello svolgimento dei loro doveri celesti. E anche Adamo ha origine dall'argilla. Non c'è dunque da stupirsi che proprio nell'argilla l'uomo abbia saputo trovare il mezzo per dare forma

al proprio pensiero, conservarlo e tramandarlo.

Nel pieno dell'espansione commerciale e della formazione di società urbane molto articolate, i popoli della bassa Mesopotamia e dell'Elam sicuramente si trovano nella necessità di avere a disposizione dati precisi sulle risorse e sulle disponibilità. Per esempio, occorre garantire una corretta amministrazione delle entrate del tempio, metterle al sicuro dai ladri, ma soprattutto da appropriazioni indebite. Quando la massa delle risorse diviene enorme e riesce impossibile tenere tutto a mente, si inventa – per gradi – un sistema che consente di registrare in modo esatto le entrate e le uscite, oppure di inventariare il patrimonio zootecnico, ecc. Soprattutto occorre poter annotare l'oggetto dell'operazione: maiali, asini, cavalli, mucche, capre, orzo, tessuti...

I ritrovamenti effettuati nell'acropoli di Susa, in Elam, ci mostrano il nascere ed il formarsi di un sistema contabile che, attraverso i Sumeri ed i Babilonesi, ha dato origine e impulso alla scienza matematica. Ciò avviene intorno al 3500 a.C. Sulla base dei reperti possiamo ricostruire le tappe evolutive che hanno caratterizzato la scrittura dei numeri.

1ª tappa. Gli amministratori dispongono di *calculi* diversi per forma e dimensione (bastoncelli, biglie, dischi, coni, coni perforati), ognuno con un valore numerico ben definito: 1, 10, 60 oppure 100... Se in una fase più antica viene osservato il criterio della corrispondenza biunivoca "tante vacche... tanti sassolini", ora si può osservare un primo livello di astrazione: un solo oggetto può rappresentare un gruppo di elementi: 10, 60, ecc.

Al momento di effettuare una registrazione (contratto, inventario, compravendita, prelievo, deposito...), lo scriba-contabile realizza una sfera d'argilla (bolla) modellandola intorno al pollice, quindi sfila il dito. Supponiamo di avere a che fare con 25 capre: il contabile infila nella cavità della bolla due biglie di

valore 10 e cinque bastoncelli, quindi chiude il foro e fa scorrere su tutta la superficie della bolla il sigillo cilindrico, ricoprendola di una successione ininterrotta di immagini: è come una firma che attesta l'autenticità del contenuto ed è una garanzia contro le falsificazioni. Dopo l'essiccazione, la bolla viene conservata in archivio. All'occorrenza, viene rotta e si procede al conteggio dei calculi.

2ª tappa. Il procedimento sopra descritto risulta poco pratico: per qualsiasi controllo bisogna sempre rompere le bolle... Così dal 3300 si pensa bene di trasferire sulla superficie esterna delle bolle la tecnica delle "tacche". In tal modo risulta immediatamente visibile il valore dei calculi contenuti nella bolla:

- una tacca piccola corrisponde a un bastoncello;
- un piccolo cerchio rappresenta una biglia;
- un cerchio equivale a un disco;
- una tacca grossa corrisponde a un cono;
- una tacca grossa con un cerchietto al centro rappresenta un cono perforato.

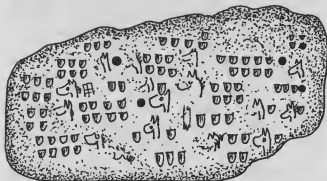
Questi segni vengono impressi usando opportunamente le due estremità dello stiletto, aventi sezione diversa, in posizione obliqua (tacca) o verticale (cerchio).

3ª tappa. Dal 3250 si perviene a una semplificazione importante. L'uso delle bolle e dei calculi viene abbandonato. Si usano panetti di argilla oblunghi, piuttosto tozzi. Sulla loro superficie vengono impresse le notazioni numeriche a "tacca" e si autentica la facciata rotolandovi il sigillo.

4ª tappa. Fra il 3200 ed il 3000 a.C., i blocchetti di argilla cominciano ad assumere la forma di tavolette; le tacche divengono più regolari e ordinate, e il sigillo viene impresso sulle due facce e sui bordi.

Le bolle e le tavolette dell'Elam, fino al 3000, riportano quasi esclusivamente indicazioni numeriche, perciò nulla sappiamo circa l'oggetto cui esse si riferiscono e sul tipo di rapporto intervenuto fra le contro-

parti. Non ci è di grande aiuto il sapere che esse sono state rinvenute nell'area del tempio, dato che esso svolge un ruolo fondamentale nella vita economica del paese. Neanche l'impronta del sigillo ci dice molto al di là delle speculazioni religiose o magiche. L'uso del sigillo scompare man mano che si diffonde l'uso di indicazioni "scritte" per esplicitare il significato delle notazioni numeriche.

5ª tappa. A Susa, fra il 3000 ed il 2900 a.C. le tavolette divengono più raffinate ed eleganti, con un formato quasi standardizzato. Accanto ai numeri compaiono pittogrammi e altri segni.

Tavoletta elamita: censimento di equini vari (3000 a.C.).

6ª tappa. Fra il 2900 ed il 2800, i numeri sono affiancati da una quantità crescente di indicazioni scritte, che però non sono state ancora decifrate.

Questi passaggi sono stati senza dubbio fondamentali per la conquista della capacità di pensare in modo astratto. Si è passati dagli oggetti concreti alle loro rappresentazioni materiali, fino all'uso di segni slegati da qualsiasi oggetto specifico, in grado di indicare la quantità.

In Mesopotamia non ci sono stati finora ritrovamenti di bolle. Per contro, proprio ad Uruk, sono state rinvenute tavolette riferibili al 3200-3100 a.C. in cui le indicazioni numeriche sono affiancate da pittogrammi più o meno realistici, che richiamano alla mente il contenuto di precise attività economiche. È solo l'inizio di un lungo cammino.

5. *L'evoluzione delle cifre*

La crescente complessità della società mesopotamica e delle sue attività economiche richiede la messa a punto di uno strumento semplice, potente e versatile, per annotare grandi quantità e per eseguire su queste dei calcoli sempre più complessi.

Il nostro attuale sistema di notazione numerica è detto decimale perché ha per base 10 e prevede l'impiego di dieci segni specifici (cifre): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; è detto posizionale perché la stessa cifra, per esempio il 3, può valere 3 o 30 oppure 300, secondo la sua posizione.

In Mesopotamia, il sistema di numerazione prevalente, ma non esclusivo, è quello sessagesimale, che ha per base 60. Questo sistema richiederebbe l'uso di 60 simboli diversi, con un impegno mnemonico non indifferente. I Sumeri superano la difficoltà con l'ausilio della base 10 e l'uso del principio additivo, a scapito della concisione.

Si è molto discusso sui motivi che hanno indotto a scegliere la base sessagesimale. Forse è risultato determinante il fatto che 60 ha un numero elevato di divisori, e cioè 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 e 30; invece 10 può essere diviso solo per 2 e per 5.

Per la rappresentazione dei numeri interi, i Sumeri utilizzano i segni riportati nell'illustrazione a fianco.

Per esprimere un numero da 1 a 9, imprimono le tacche raggruppandole in modo da consentire la

Strumenti Bompiani
collana diretta da Umberto Eco

Omar Calabrese, Il linguaggio dell'arte
Antonio Costa, Saper vedere il cinema
Marco De Marinis, Il nuovo teatro
Renate Eco, A scuola col museo
Umberto Eco, Arte e bellezza nell'estetica medievale
Umberto Eco, Come si fa una tesi di laurea
Maurizio Ferraris, Nietzsche e la filosofia del Novecento
Giovanni Manetti, Teorie del segno nell'antichità classica
Mariella Moretti, Come si studia l'inglese
Maria Teresa Serafini, Come si fa un tema in classe
Maria Teresa Serafini, Come si studia
Gino Stefani, Capire la musica
Ugo Volli, Il linguaggio dell'astrologia
Mauro Wolf, Teorie delle comunicazioni di massa

percezione immediata ed esatta della quantità rappresentata.

Forse la parola usata per indicare il numero 1 vuol dire "uomo, pene", mentre quella che denomina il 2 vale anche "donna", con evidente riferimento agli at-

VALORE DEC.	CIFRA SUMERICA	PROGRESSIONE	NOME
1	D D	1	GESH, ASH, DISH
10	o	10	U
60	D D	10×6	GESH, GESHTA
600	◙ ◙	10×6×10	GESH-U
3.600	O	10×6×10×6	SHAR
36.000	◎	10×6×10×6×10	SHAR-U

Cifre sumeriche: valore e nome.

N.	CIFRA SUMERICA		NOME
1	D		GESH...
2	DD		MIN
3	DDD	DD D	ESH
4	DDDD	DD DD	LIMMU
5	DDD DD	DD DD D	IÁ
6	DDD DDD	DD DD DD	ÀSH

N.	CIFRA SUMERICA		NOME
7	DDD DDD D	DD DD DD D	IMIN
8	DDDD DDDD	DD DD DD DD	USSU
9	DDD DDD DDD	DD DD DD D	ILIMMU

Cifre sumeriche da 1 a 9: disposizione e nome.

tributi fisici, il che confermerebbe l'ipotesi che il nome di alcuni numeri derivi da parole indicanti parti del corpo. Nei nomi di 7 e di 9, inoltre, sarebbe da individuare la traccia di una numerazione quinaria:

$$7 = 5 + 2 = \text{i(a)} + \text{min}$$
$$9 = 5 + 4 = \text{i(a)} + \text{limmu}$$

Il dieci e i suoi multipli vengono rappresentati con

N	CIFRA SUM	NOME
10	O	U
20	OO	NISH
30	OOO	USHU (ESH-U = 3 × 10)

N.	CIFRA SUM.	NOME
40	OO OO	NISHMIN, NIN (20 × 2)
50	OOO OO	NINNU (40 + 10)

Cifre sumeriche: le decine.

N	CIFRA SUM.	NOME
60	U	GESH
120	UU	GESH-MIN 60 × 2
180	UUU	GESH-ESH 60 × 3
240	UUUU	GESH-LIMMU 60 × 4
300	UUU UU	GESH-IÁ 60 × 5
360	UUU UUU	GESH-ASH 60 × 6

N	CIFRA SUM.	NOME
420	UUU UUU U	GESH-IMIN 60 × 7
480	UUUU UUUU	GESH-USSU 60 × 8
540	UUUUU UUUU	GESH-ILIMMU 60 × 9
600	◎	GESH-U
1200	◎◎	GESH-U-MIN 600 × 2
3000	◎◎◎ ◎◎	GESH-U-IÁ 600 × 5

Cifre sumeriche: sessanta e i suoi multipli.

cerchietti. Si noterà come nel nome dei numeri si trovi traccia del principio additivo (nel 50) e di quello moltiplicativo (in 20 e 30); essi sono la testimonianza dei diversi percorsi mentali seguiti dall'uomo per quantificare la realtà già in epoche anteriori alla scrittura.

I multipli di 60 e di 600, di 3.600, ecc., hanno nomi che rispecchiano il principio moltiplicativo.

Sebbene i Sumeri usino scrivere le loro cifre per gruppi di grandezze omogenee, a cominciare dalle più grandi, il loro sistema di notazione non è posizionale, in quanto non c'è alcun rischio di confusione: ogni ordine di grandezza ha un simbolo specifico inconfondibile. È per questo che non hanno alcun simbolo per annotare l'assenza di cifre in qualche ordine. Al contrario, nella notazione decimale, la cifra 1 si scrive sempre allo stesso modo, sia che valga 1 o 100 o 1000, ecc.: il suo valore è determinato dal posto che occupa fra le altre cifre che formano il numero; per contrassegnare le eventuali posizioni vuote è necessario scrivere il segno "zero".

120 105 751 59 59 1769

Esempi di numeri: principio additivo e principio sottrattivo.

Poiché la scrittura di certi numeri richiede una quantità spropositata di tacche e di cerchi, quando se ne presenta la convenienza gli scribi adottano il metodo sottrattivo. Il "meno" è indicato con il segno *LAL*, formato da due linee unite ad angolo retto. Nell'angolo così formato viene annotata la quantità da sottrarre.

6. *Le cifre cuneiformi*

Con il passaggio alla scrittura cuneiforme, anche le cifre assumono un nuovo aspetto. Le tacche sono sostituite dal "chiodo", mentre i cerchi vengono rimpiazzati da "chiodi" e "cunei".

Cifre cuneiformi ed esempi.

È importante osservare che i nuovi segni cuneiformi convivono con la precedente notazione per oltre 5 secoli, dal 2600 a.C. fino alle soglie del 2000 a.C., quando la leadership sulla Mesopotamia passa ad altri popoli. Su alcune tavolette compaiono addirittura tutti e due i sistemi di notazione: le cifre cuneiformi con riferimento a personaggi di elevato rango sociale, quelle più antiche riservate alla gente comune e agli schiavi.

Anche se vige la regola della ripetizione della cifra tante volte quanto necessario, per indicare valori multipli di 36.000 si fa ricorso talvolta all'esplicitazione del fattore comune. Per esempio, dovendo scrivere 72.000, non si scrive due volte la cifra del 36.000, ma si usa la cifra del 3.600 e all'interno si inseriscono due cunei, simboli del 10.

Una prima difficoltà è rappresentata dalla grafia di 70 e di 600: tutti e due i numeri vengono rappresentati con un chiodo e un cuneo. L'ambiguità viene su-

perata in molti casi tenendo ben distinti il chiodo e il cuneo quando si tratta di 70; unendoli quando si vuole indicare il 600. Nelle altre tavolette in cui questo accorgimento non viene adottato, per la comprensione ci si deve affidare al contesto.

70 600

La somiglianza dei segni per 70 e per 600.

Un'altra difficoltà è rappresentata dal duplice valore del chiodo. Nei primi tempi si rimedia incidendo un chiodo piccolo per indicare l'unità e un chiodo più lungo per indicare la sessantina. Col tempo però, essi finiscono per assumere la stessa dimensione, così, quando si devono scrivere numeri che comportano la vicinanza di sessantine e di unità semplici, si lascia uno spazio fra i gruppi di segni dei due ordini; ma la possibilità di confusione in parte resta, sicché gli Assiro-babilonesi cominciano ad usare l'indicazione di "sessantina" per esteso: *SHU-SHI*.

61 65 SHU-SHI 65 240

Confusione fra sessantine e unità: introduzione di "shu-shi".

Dopo la conquista della Mesopotamia, gli Accadi di Sargon accolgono il patrimonio culturale dei Sumeri, e con propri apporti stimolano nuovi progressi, fra cui l'evoluzione della scrittura cuneiforme. Nel campo dei

numeri, poiché sono portatori di un metodo di calcolo decimale, come tutti i gruppi semiti, inseriscono nel sistema numerico di base il cento e il mille. Per fare questo adottano la grafia per esteso, cioè usano le parole CENTO e MILLE (*ME* e *LIM*). I due sistemi di notazione procedono insieme per molti secoli, dando luogo a varie combinazioni nella scrittura dei numeri, come si può desumere da una tavoletta contabile del XVII sec. a.C. Mille anni dopo, quando dei Sumeri si è persa ogni traccia, assistiamo all'affermazione definitiva del sistema decimale, almeno nell'uso comune.

1 10 100 1000
ME LIM
63 140 2300
70 90 1000

Avvento ed effetti della numerazione decimale semita.

In una tavoletta relativa all'ottava campagna di Sargon II in Armenia (714 a.C.), il bottino viene registrato con un metodo decimale. Tuttavia, i numeri 70, 80 e 90 continuano a essere scritti nel modo antico.

7. *Nasce la numerazione posizionale*

Il nostro sistema di numerazione è strettamente po-

sizionale; cioè, la cifra assume un preciso valore che è determinato dal posto che occupa nell'ambito del numero stesso. Limitandoci ai numeri interi, il valore dipende dalle potenze successive di 10, andando da destra verso sinistra.

L'uso dello zero è decisivo, ai fini dell'interpretazione del numero. Lo zero sulla destra, essendo l'ultima cifra che forma il numero, ci dice che quella è la

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
10000	1000	100	10	1
	3	0	2	0
	3000		20	

Valori nella numerazione posizionale decimale.

posizione delle unità semplici, perciò il numero 2 immediatamente alla sua sinistra vuol dire 2 decine. A sinistra del 2 troviamo ancora una casella vuota: la cifra 0 indica che mancano le centinaia e nello stesso tempo ci permette di capire che il 3 appartiene alle unità di migliaia. Senza l'impiego degli zeri sarebbe

	60^4	60^3	60^2	60^1	60^0
CIFRA SESS.	𒁹	𒁹	𒁹	𒁹	𒁹
VALORE DEC.	12690000	216000	3600	60	1

	60^3	60^2	60^1	60^0
𒐖 𒌍𒐘 𒎙𒐛 𒐜 2 34 26 7	𒐖	𒌍𒐘	𒎙𒐛	𒐜
↓	2×60^3	34×60^2	26×60^1	7×60^0
555967 ←	432000	122400	1560	7

Valori nella numerazione posizionale sessagesimale; esempio.

quanto mai arduo capire il valore indicato con le sole cifre 3 e 2: 3200? 3002? 320? 302? 32?

I matematici e gli astronomi babilonesi, depositari del sistema di numerazione sessagesimale, scoprono il principio posizionale intorno al 1900 a.C.; questo permette loro di scrivere tutti i numeri con i soli segni del chiodo e del cuneo. Per variarne il valore basta cambiare la posizione.

Inserendo nello stesso schema il numero sessagesimale 2;34;26;7, possiamo ottenere con facilità il corrispondente valore decimale: 555.967.

Tuttavia le confusioni sono sempre possibili. Innanzitutto può essere difficile capire se un gruppo di segni cuneiformi va ripartito su più posizioni.

$(10+10+3) \times 60^{0} = 23$

$10 \times 60^{1} + 13 \times 60^{0} = 613$

$10 \times 60^{2} + 10 \times 60^{1} + 3 \times 60^{0} = 36.603$

Difficoltà nell'interpretazione di un numero.

In parte, la difficoltà viene superata lasciando piccoli spazi fra i gruppi di cifre di ordini diversi, oppure inserendo dei segni di separazione già impiegati nei testi scientifici e letterari.

Un altro limite della notazione posizionale babilonese è rappresentato dalla mancanza dello zero. Sembra che intorno al 1000 a.C. i matematici e gli astronomi babilonesi ignorino ancora l'uso di un simbolo indicante l'assenza di unità di un certo ordine. In altre parole, se noi diciamo 2 centinaia e 3 unità, sappia-

mo che il numero corrispondente si scrive nella forma "2" "0" "3", in cui lo zero indica la mancanza di decine. Scrivere "23" sarebbe solo un errore. Molte tavolette babilonesi risultano ambigue o di difficile interpretazione proprio perché non si conosce l'uso dello zero nella scrittura dei numeri. In qualche caso è possibile risalire al valore effettivo in base al contesto. L'annotazione sessagesimale 2;20, così come è scritta, significa $2 \times 60 + 20 = 140$; ignorando l'uso dello zero, può anche essere l'espressione del numero 2;0;20 e cioè $2 \times 60^2 + 0 \times 60 + 20 = 7200 + 0 + 20 = 7220$.

In vari casi lo scriba risolve la complicazione lasciando uno spazio vuoto. Ad essere pignoli resta ancora un dilemma, poiché non si sa se lo spazio vuoto indica l'assenza di unità di un solo ordine o di più ordini vicini.

In alcune tavolette matematiche databili al II sec. a.C., forse copie di tavolette più antiche, gli ordini "vuoti" intermedi vengono segnalati con l'uso dei segni di separazione, con indubbi vantaggi per la comprensibilità del numero.

SEGNI DI SEPARAZIONE →

2 20 * — 140
2 0 20 — 7.220
2 0 0 33 20 ** — 25.922.000
3 0 *** — 180
0 1 **** — 0+1/60
0 0 30 **** — 0 + 0/60 + 30/60²

DESUNTO DA IFRAH, PAG. 420 (*), 422 (**), 423 (***), 424 (****).

Introduzione dei segni di separazione.

In tavolette astronomiche dello stesso periodo, invece, lo "zero" viene usato anche in posizione finale o iniziale. In quest'ultimo caso è possibile annotare senza ambiguità le frazioni sessagesimali dell'unità.

Il sistema sessagesimale dei Babilonesi è ripreso dai popoli vicini, con gli adattamenti resi necessari dalla diversità della scrittura. Adottato per misurare il tempo (ore, minuti e secondi) e gli angoli (con impieghi non solo in geometria, ma anche nella navigazione marittima ed aerea, in astronomia, ecc.), è giunto fino a noi.

Al contrario, l'invenzione di un segno con significato "zero" è talmente in anticipo sui tempi che non viene recepita da nessuno, a parte gli astronomi del periodo ellenistico; eppure rappresenta una scoperta fondamentale per qualsiasi sistema di notazione posizionale.

8. *Traguardi: alcuni esempi*

L'esposizione fatta finora può far pensare che i Mesopotamici sappiano soltanto annotare dei numeri o eseguire calcoli elementari, magari con l'ausilio dell'abaco che conoscono già 1000 anni prima di Cristo.

Le nostre conoscenze su questi popoli superano di gran lunga quelle che abbiamo su ogni altro popolo antico, Romani compresi, grazie alle tavolette di argilla da loro usate per la scrittura e che sono meno deperibili di altri materiali "scrittori" usati nell'antichità: papiro, pergamena, foglie... Molte sono le tavolette, riguardanti la matematica, ma il fatto che in esse siano riportati problemi ed esercizi su casi specifici ha fatto credere che non si fosse raggiunto un sufficiente grado di astrazione e di generalizzazione. Pare più probabile che i problemi riportati sulle tavolette fossero destinati agli scolari, che non potevano certo risolverli se non in base a metodi certi e regole chiare. Molte tavolette sono veri e propri prontuari da tenere

Alberto Campiglio
Vincenzo Eugeni

DALLE DITA AL CALCOLATORE

strumenti Bompiani

"sempre a portata di mano": tavole di moltiplicazione, tavole di reciproci, di quadrati e cubi, nonché di radici quadrate e cubiche (cfr. Boyer, pag. 34).

Innanzitutto, va riconosciuta ai matematici della Mesopotamia una notevole abilità nello sviluppo di algoritmi: una tavoletta databile al 1800 a.C. contiene la descrizione di un procedimento per l'estrazione della radice quadrata. È il primo "algoritmo" storicamente documentato. Tale procedimento era stato invece attribuito al matematico greco Archita (V sec. a.C.), a Erone (I sec. d.C.) e anche a Newton.

Le tavole dei reciproci (*igin*) sono utili per effettuare la divisione. Gli IGIN sono numeri che, moltiplicati per il reciproco corrispondente, danno sempre come risultato l'unità, cioè 1.

Reciproci sessagesimali		Reciproci decimali	
Numero igin			
2 × 30' (30/60)	= 1	2 × 0,5	= 1
3 × 20'	= 1	4 × 0,25	= 1
4 × 15'	= 1	5 × 0,2	= 1
5 × 12'	= 1	8 × 0,125	= 1
6 × 10'	= 1	10 × 0,1	= 1
8 × 7' 30"	= 1	16 × 0,0625	= 1
9 × 6' 40"	= 1	20 × 0,05	= 1
10 × 6'	= 1	eccetera	
12 × 5'	= 1		
15 × 4'	= 1		
16 × 3' 45"	= 1		
18 × 3' 20"	= 1		
20 × 3'	= 1		
eccetera			

Per eseguire una divisione, basta moltiplicare il dividendo per il reciproco del divisore. Per esempio, col nostro sistema decimale, possiamo effettuare la divisione $32:5 = 6,4$ procedendo in questo modo, cioè calcolando mentalmente $32 \times 2:10 = 64:10 = 6,4$. Di-

videndo per 10, si è ottenuto lo spostamento della virgola di un posto verso sinistra. Tutta la precedente espressione in sostanza corrisponde alla moltiplicazione 32 × 0,2, dove lo 0,2 è il reciproco del divisore 5, e il risultato è sempre 6,4.

In notazione sessagesimale, la stessa divisione 32:5 si esegue moltiplicando il dividendo per il reciproco di 5, che è 12, ossia 32 × 12 = 384, e poi spostando la virgola verso sinistra di un posto sessagesimale. Dopo aver portato la virgola fra 6 e 24 si può leggere il risultato, che è 6 unità e 24 sessantesimi.

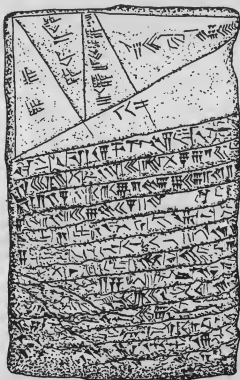
32:5

32 × 12 = 384 → 384 : 60 = 6,4

Divisione per "igin". 6 24/60

Nella tabella sessagesimale dei reciproci mancano i numeri 7, 11, 13, 14, 17, 19. Essi sono omessi in quanto i loro *igin* risultano "non regolari", cioè non possono essere espressi esattamente con frazioni sessagesimali finite. Ma nella tabella decimale, i numeri mancanti sono ancora di più; abbiamo i reciproci solo delle potenze di 2 e dei multipli di 5. Al contrario, il sistema sessagesimale ha in tabella anche multipli di 3. In pratica, nell'ambito dei numeri fino a 20, i matematici babilonesi possono utilizzare ben 13 divisori che danno risultati esatti.

Si deve riconoscere che essi hanno sviluppato l'algebra in modo notevole, essendo in grado di risolvere equazioni di 2° e 3° grado.

Nel 1936 viene trovato a Susa, in Elam, un gruppo di tavolette che mostrano il raggiungimento di notevoli traguardi anche in geometria. In una tavoletta si prendono in considerazione poligoni di 3, 4, 5, 6 e 7 lati, e sono indicati i valori dei rapporti fra le aree e i quadrati dei lati. Inoltre, nella stessa tavoletta viene considerato il rapporto fra il perimetro dell'esagono e la circonferenza del cerchio circoscritto; dall'esame di questo dato è stato possibile calcolare che il valore di Pi greco è approssimato a 3;7;30, cioè (in decimale) $3 + 1/8 = 3{,}125$, che non è molto lontano dal nostro

Tavoletta di natura geometrica (1800 a.C.): contiene il più antico algoritmo conosciuto (riproduz. approssimativa da fotocolor).

3,1415... In tempi più antichi, il valore di Pi greco era stimato uguale a 3, come è testimoniato presso gli Ebrei, originari della Mesopotamia.

Sembra che i Babilonesi abbiano una chiara idea della similitudine. La similitudine dei cerchi è ovvia. In una tavoletta si è trovato un triangolo rettangolo suddiviso in 4 triangoli rettangoli più piccoli, e sono indicati i valori delle rispettive aree e dei lati. Ciò fa supporre che sia stato utilizzato il teorema secondo il quale le aree delle figure simili stanno fra di loro come i quadrati dei lati corrispondenti.

Un frammento di tavoletta matematica risalente al 1800-1700 a.C., denominata Plimpton 322, ci mostra implicitamente che i Babilonesi conoscono il teorema attribuito a Pitagora.

In una tavoletta è tracciato un quadrato. Lungo un lato vi è indicato il numero 30; la lunghezza della diagonale è indicata con 42;25;35, e vicino si legge 1;24;51;10. Quest'ultima notazione rappresenta il rapporto fra la lunghezza della diagonale e quella del lato, che in decimale dà 1,4142129. Il valore esatto è 1,4142135... Del resto, per i nostri calcoli scolastici usiamo solo 1,414. Questo e tanti altri esercizi e problemi confermano ulteriormente la familiarità dei Babilonesi con il "teorema di Pitagora". Infine, essi sanno che un angolo inscritto in un semicerchio è retto. Noi conosciamo tale proposizione come "teorema di Talete", ma loro lo usano già mille anni prima.

III. EGITTO: SULLE ROCCE E SUI PAPIRI

1. *Il paese*

Sa di retorica definire, con Erodoto, l'Egitto come "il dono del Nilo". In effetti, il Nilo e la striscia di terra fertile ai suoi lati, con la popolazione che ci vive, sono quasi attanagliati dal deserto, a est e ad ovest. La piovosità è minima. La sopravvivenza del paese è legata al Nilo.

Grazie all'irrigazione, ai due lati del Nilo si è formata una fascia di terreno coltivato ampia in media 30 chilometri, ma variabile dai 10 chilometri dei punti critici fino ai 200 della zona del delta. Un sistema di irrigazione di tale ampiezza non solo presuppone una notevole abilità ingegneristica, ma anche una direzione del paese unitaria e accentrata, capace di dare al problema una soluzione globale e di gestire le ingenti risorse economiche occorrenti. L'esperienza acquisita nelle opere di ingegneria idraulica consente agli Egizi di progettare e realizzare, in epoche diverse, un canale che collega il Nilo al Mar Rosso passando per i Laghi Amari, per facilitare i commerci marittimi con l'Etiopia e con il Medio Oriente. Il completamento del canale viene ordinato da Dario, re dei Persiani, che sottomette l'Egitto nel 525 a.C.

Già nel 3100 si realizza l'unificazione dei due regni

(l'Alto Egitto e il Basso Egitto) per opera di Narmer. L'evento è celebrato in una paletta di ardesia detta, appunto, di Narmer. Le successive campagne militari per ampliare il regno e per rendere sicure le vie di approvvigionamento delle materie prime pongono le basi per le splendide realizzazioni del Regno Antico, quello che vede la costruzione delle tre grandi piramidi a Giza (Cheope, Chefren e Micerino), e di altre più piccole, ridotte ora a cumuli di rovine. In questo periodo vengono raggiunti i traguardi più ambiziosi in ogni campo.

2. *La scrittura*

La lingua degli Egizi è affine alle lingue semitiche (ebraico, arabo). La scrittura, sotto forma di geroglifici, appare standardizzata fin dai tempi della 1ª dinastia (3000 a.C.). È quindi contemporanea o di poco posteriore ai più antichi reperti di scrittura mesopotamica. Forse l'idea di scrittura ha avuto un'origine comune in seguito agli scambi commerciali già intensi; va riconosciuto però che quella egizia si è evoluta in modo autonomo.

La scrittura geroglifica, secondo l'impaginazione, può essere letta in senso verticale dall'alto in basso, oppure orizzontalmente. In questo caso, la direzione è *bustrofedica* ("che gira come il bue che ara"): se una riga procede da sinistra a destra, la successiva va letta da destra a sinistra. Il lato dal quale iniziare la lettura si individua osservando in quale direzione guardano le figure di persone o di animali impiegate nella scrittura: se lo sguardo è rivolto verso destra, si legge da destra verso sinistra.

L'uso dei *geroglifici* ("incisioni sacre") a scopo celebrativo, su un supporto rigido, fa sì che le forme rimangano pressoché identiche nel corso dei secoli. Tuttavia, parallelamente al geroglifico viene elaborata

una forma corsiva rapida, detta "ieratica", cioè sacra, usata nei testi religiosi, letterari e negli affari. Si traccia scrivendo da destra verso sinistra. Dal 700 a.C. fino al periodo romano si afferma una grafia corsiva detta "demotica", cioè popolare, perché usata dalla popolazione colta per la corrispondenza privata, gli affari e la letteratura. Per la scrittura in corsivo si usano fogli di papiro, ma anche schegge di pietra e ostraca (cocci, frammenti di vasi d'argilla), pelli, stoffe e tavolette di legno. Per scrivere si usa l'inchiostro rosso e nero, a mezzo di penne ricavate da una cannuccia appuntita, o con un pennello.

Naturalmente, nell'arco di tre millenni la parlata si evolve e, sebbene in ritardo, ciò si riflette nei documenti scritti: a partire dal XVI sec. a.C. entrano nell'uso comune molte parole straniere; in tempi più recenti è rilevante l'influenza esercitata dalle comunità greche. Si estende anche l'uso della scrittura: dalle epigrafi e dalle iscrizioni funerarie si passa ad usarla anche per contratti di affitto, di compravendita, racconti mitologici, storie fantastiche, testi liturgici.

Originariamente, i geroglifici sono pittogrammi. In un successivo stadio evolutivo, ogni raffigurazione viene usata per il suo valore fonetico. L'insieme di questi fonemi concorre a formare la parola voluta, così come oggi si fa con i rebus. Va precisato che il valore fonetico riguarda solo le consonanti. Le vocali che noi attribuiamo ai testi egizi sono del tutto convenzionali, e non abbiamo la certezza che la nostra ricostruzione della parola corrisponda alla parola originaria. Per esempio, se noi avessimo "CRT" potremmo inserire vocali a piacimento e formare: carta, corte, creta, carota, ecc. Per dare un'indicazione più precisa, possiamo disegnarvi accanto una carota; ciò non toglie che, a distanza di millenni, pur riconoscendo l'esatto suono delle tre consonanti e l'oggetto rappresentato (la carota), sia quasi impossibile ricostruire l'esatta "dizione".

Qualche problema di "ricostruzione delle parole" devono averlo avuto anche gli Egizi. Infatti, dopo aver scritto i segni consonantici della parola, per evitare false interpretazioni, vi giustappongono una figura significativa. Se i dubbi interpretativi riguardano uno degli elementi della parola, anche ad esso viene aggiunto un segno che ne determina la lettura corretta.

La scrittura consonantica non è una bizzarria degli Egizi. Sia pure con "alfabeti" diversi, anche gli Ebrei e i Fenici hanno una scrittura siffatta. I più antichi libri della Bibbia sono scritti così. Le vocali vengono aggiunte in tempi successivi.

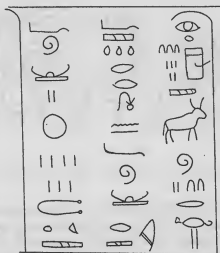
3. *Le cifre geroglifiche*

La numerazione egizia si fonda su base decimale e ha simboli specifici per indicare l'unità, il 10 e le potenze di 10 fino al milione. Fa ricorso al principio additivo, secondo cui l'unità di ciascun ordine viene ripetuta fino a nove volte. È spontaneo il ricorso ad accorgimenti per agevolare la percezione immediata della cifra.

1 10 100 1000 10000 100000 1000000

2 30 400 2000 5000 300000 125 1308

Cifre egizie: lettura da sinistra (‾) e da destra (√√); numeri.

Poiché la scrittura è generalmente bustrofedica, l'orientamento delle cifre varia a seconda che la riga proceda da destra verso sinistra o al contrario. L'uomo, il girino e il dito rivolti a sinistra indicano che la lettura deve iniziare da sinistra. Per una lettura della riga da destra a sinistra troveremo tutte le cifre specularmente rivolte verso destra, a parte i simboli usati per l'1 e per il 10 che restano identici a se stessi.

Frammento degli "Annali" (pietra di Palermo).

4. *Le cifre ieratiche*

Gli Egizi usano il papiro come supporto scrittorio fin dai tempi più antichi, insieme agli altri materiali già citati. L'uso del papiro si intensifica dopo la conquista da parte di Alessandro Magno e la fondazione della città di Alessandria. Il papiro è prezioso per la cultura, oltre che per l'attività amministrativa.

La carta di papiro utilizzata per la scrittura su una

Alberto Campiglio, nato a Brozolo nel 1944, risiede a Milano dove insegna matematica. Partecipa ad attività di ricerca dei gruppi Matematica, Audiovisivi ed Informatica del Movimento di Cooperazione Educativa. Ha coordinato il Progetto Centoscuole e sperimenta dal 1983 l'utilizzo dei calcolatori nell'attività didattica.

Vincenzo Eugeni, nato a Treja nel 1950, risiede ad Appignano e insegna a Cingoli. È impegnato in ricerche ed esperienze riguardanti le abilità linguistiche. Fa parte del MCE. Nel 1984, con il Progetto Centoscuole, ha iniziato a sperimentare le applicazioni del computer nella didattica.

Progetto grafico di Laura Carenzi

Via Mecenate, 91 - Milano
I edizione strumenti Bompiani febbraio 1990

ISBN 88-452-1548-2

sola facciata viene fornita in rotoli piuttosto lunghi. Man mano che si procede nella scrittura, colonna dopo colonna, si deve svolgere il rotolo da una parte, tenerlo arrotolato dall'altra e nello stesso tempo fare in modo che la superficie usata in quel momento per la scrittura sia stabile e piana.

Caccia nel deserto (part.): affresco tombale a Beni Hasan.

Il "padrone" della scrittura è lo scriba, maestoso e solenne, consapevole che con la sua arte persone e avvenimenti possono essere ricordati nei secoli. Gli scribi non sono semplici "scribacchini": sono alti funzionari dell'amministrazione dello stato, subordinati solo al faraone e al ministro.

È pervenuto a noi un discreto quantitativo di papiri, trovati nelle piramidi o nelle tombe di alti funzionari. La maggior parte sono di argomento religioso. I papiri interessanti dal punto di vista matematico sono pochi. I più importanti sono:

1. Il papiro Rhind, conservato al British Museum;
2. Il papiro di Mosca;
3. Il papiro Reale di Torino (XIII sec. a.C.).

Inoltre, sono da ricordare il papiro di Kahun (ora a Londra), il papiro di Berlino, due tavolette di legno

provenienti da Akhmim (Il Cairo) e un frammento di cuoio con elenchi di frazioni. Molto utile per lo studio delle cifre ieratiche è il Grande Papiro Harris (conservato al British Museum), nel quale sono inventariati i beni dei templi alla morte di Ramesses III (1192-1153 a.C.).

Purtroppo, questi documenti sono molto antichi e non permettono di conoscere l'evoluzione della matematica e delle scienze fino al tramonto della civiltà egizia.

Le esigenze connesse alla scrittura su papiro, o su altri materiali, inducono gli scribi ad adottare una grafia meno maestosa del geroglifico, ma più scorrevole. Pertanto, fin dai tempi più antichi, si usa la scrittura *ieratica* ("sacra") sia per le parole che per i numeri. Si adottano semplificazioni e scorciatoie. Per esempio, le asticelle verticali del numero 4 sono sostituite in vari casi da una semplice linea orizzontale; il numero 8, formato da due gruppi sovrapposti di quattro aste, è sostituito da due linee parallele; il 5 (4 + 1) è rappresentato con una linea orizzontale e un'asta verticale, unite quasi ad angolo retto; il 9 (5 + 4) in alcuni casi assume la forma di un gancio (deformazione del 5) cui si aggiunge un tratto allungato obliquo (corrispondente a 4). Il 10 conserva approssimativamente la stessa forma del geroglifico, ma i suoi multipli perdono ogni somiglianza con i geroglifici corrispondenti. Lo stesso avviene con le centinaia e le migliaia.

Col passare dei secoli si assiste a piccole, ma costanti evoluzioni dei segni. Le tre spirali che indicano 300 in geroglifico, agli inizi del I millennio a.C. sono sostituite nella forma ieratica da una linea leggermente obliqua, da sinistra verso l'alto a destra, con tre trattini verticali posti presso la parte alta. Sia che si tratti di unità semplici, di decine, di centinaia o di migliaia, un passo importante è stato compiuto: ogni unità di un certo ordine ora possiede il suo simbolo specifico e inconfondibile.

1	10	100	1000
2	20	200	2000
3	30	300	3000
4	40	400	4000
5	50	500	5000
6	60	600	6000
7	70	700	7000
8	80	800	8000
9	90	900	9000

Selezione di cifre ieratiche, da diversi documenti di varie epoche.

Per scrivere 7 oppure 900, non occorrono più sette aste o nove spirali, ma un solo segno per il 7 ed uno per il 900. Per scrivere numeri entro il 10.000, lo scriba deve conoscere ben 36 cifre diverse; ma è finalmente acquisito il principio della scrittura in cifre, che si diffonde anche presso i popoli vicini: gli Ebrei, fra il 1000 ed il 500 a.C., fanno uso delle cifre ieratiche.

Alla diffusione della scienza concorrono i mercanti, le cui imprese assumono già caratteristiche multinazionali e gli stessi studiosi: sono celebri i viaggi di Erodoto, Pitagora, Plutarco, Talete... Inoltre, in quei tempi, per legare al re o all'imperatore i prìncipi e le autorità dei paesi sottomessi o alleati, era prassi chiederne in ostaggio i figli. I ragazzi, vivendo a corte, erano istruiti ed educati insieme ai discendenti del sovrano. Divenuti adulti venivano inviati a governare i territori d'origine e vi portavano la cultura acquisita.

5. *La moltiplicazione egizia*

Prima di eseguire una rassegna sommaria delle ac-

quisizioni egizie in campo matematico, vogliamo illustrare la tecnica adottata per le moltiplicazioni.

Per moltiplicare 7×13 si impostano due serie di numeri, in colonna. Nella colonna di sinistra si scrivono le potenze successive di 2, a cominciare da 2 elevato 0, cioè da 1. Nella colonna di destra si duplica progressivamente il moltiplicatore. Quindi si individuano, nella colonna di sinistra, quei numeri che, sommati, ci danno il moltiplicando. Nella tabella seguente sono segnati con asterisco.

*	1	→	13	
*	2	→	26	
*	4	→	52	
	8		104	ecc.

Dalla colonna di destra, si prendono i numeri indicati dalle frecce e si sommano: $13 + 26 + 52 = 91$. Così si può moltiplicare ignorando completamente la tavola pitagorica; basta saper raddoppiare un numero.

Un secondo modo di moltiplicare è quello che prevede il dimezzamento progressivo di uno dei due fattori (ignorando eventuali resti) e, parallelamente, la duplicazione dell'altro fattore. Anche in questo caso avremo due colonne. Osserviamo la colonna di sinistra e poniamo un asterisco accanto ai numeri dispari. Ora, dalla colonna di destra, prendiamo e sommiamo i numeri che si trovano sulle righe indicate.

Moltiplicazione $74 \times 12 = 888$

	74		12	
*	37	→	24	24 +
	18		48	
*	9	→	96	96 +
	4		192	
	2		384	
*	1	→	768	768 =
				888

6. *Le frazioni*

La principale fonte sulla matematica egizia è il papiro Rhind. Questo papiro è largo 30 cm ed è lungo m 5,46. È stato redatto dallo scriba Ahmes intorno al 1650 a.C. Secondo le informazioni fornite dallo stesso Ahmes, si tratta di una copia di un papiro più antico scritto fra il 2000 e il 1800 a.C. Si suppone che i contenuti risalgano in parte al XXVII sec. a.C. Forse si tratta di una raccolta di esercizi ad uso degli studenti.

Il papiro propone numerosi problemi legati a situazioni concrete, e le relative soluzioni.

In un testo matematico su cuoio, in caratteri ieratici, le frazioni sono trasformate in somme di frazioni aventi il numeratore uguale a 1. Infatti, presso gli Egizi, a parte la frazione 2/3, tutte le quantità frazionarie vengono rappresentate con una o più frazioni il cui numeratore è 1: la frazione 3/5 viene data sotto la forma di $1/3 + 1/5 + 1/15$ oppure di $1/2 + 1/10$. Il papiro Rhind riporta una tabella in cui le frazioni del tipo $2/n$ (dove n è un numero dispari da 5 a 101) vengono espresse come somme di frazioni con numeratore 1.

$2/5 = 1/3 + 1/15$

$2/101 = 1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606$ (8a)

La frazione 2/3 doveva avere un significato speciale, al punto che per calcolare 1/3 di un numero prima se ne calcolavano i 2/3 e poi si divideva a metà il risultato.

Il papiro Rhind presenta inoltre le frazioni del tipo $n/10$ (dove n è un numero da 1 a 9) e le scompone sotto forma di frazioni del tipo 2/3 oppure con numeratore 1: $9/10 = 1/30 + 1/5 + 2/3$ (8b).

Nella forma geroglifica, le frazioni vengono rappresentate con il segno della bocca posto al di sopra delle cifre rappresentanti il denominatore. Si adottano grafie speciali per 1/2, per 2/3 e per 3/4. Nella scrittura

ieratica, il segno della bocca è sostituito da un puntino posto al di sopra della cifra, oppure posto al di sopra della prima cifra a destra, nel caso che il denominatore sia formato da più cifre.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{20}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{40}$ $\frac{1}{50}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{68}$

Le frazioni: forma geroglifica e ieratica.

Il papiro Rhind, dopo aver presentato le frazioni, propone 84 problemi dei quali viene data la soluzione. Lo scriba inoltre si sofferma a dimostrarne la correttezza: questo è un passo avanti nel cammino verso un rigoroso habitus mentale matematico. Molti problemi riguardano operazioni su cose concrete come pane e birra, mentre altri propongono equazioni oppure semplici indovinelli matematici.

7. *La scienza dei "tenditori di corde"*

Eudemo di Rodi scrive che "la geometria fu scoperta dagli Egizi sulla base delle loro misurazioni del terreno. Tali misurazioni erano rese necessarie dalle inondazioni del Nilo che periodicamente cancellano i confini [degli appezzamenti]. Non c'è niente di strano nel fatto che questa scienza, come altre, sia nata dalle necessità pratiche degli uomini. Tutte le conoscenze che derivano da circostanze imperfette tendono a perfezionarsi; esse nascono dalle impressioni dei sensi,

ma divengono gradualmente oggetto della nostra contemplazione ed entrano infine a far parte del regno dell'intelletto" (9a).

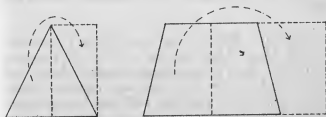
In effetti, gli affreschi tombali ci mostrano gli agrimensori, o *tenditori di corde*, intenti a misurare i campi. Il loro procedimento è piuttosto semplice. Presa una corda abbastanza lunga, vi fanno 13 nodi a distanza regolare, in modo che la corda risulti divisa in 12 segmenti uguali. Il primo e l'ultimo nodo vengono riuniti. Quando si deve effettuare qualche misurazione, per delimitare un campo o le fondamenta di un edificio o altro, è importante definire innanzitutto un angolo retto. Per far questo è indispensabile la corda con i nodi: dopo aver fissato uno dei nodi a un paletto, si tende la corda fino a formare un triangolo rettangolo i cui cateti sono lunghi rispettivamente 3 e 4 segmenti, mentre i restanti 5 segmenti formano l'ipotenusa.

Tenditori di corde al lavoro.

Alla base della tecnica dei tenditori di corde c'è il "teorema di Pitagora", e i numeri 3-4-5 formano una delle cosiddette terne pitagoriche le quali, applicate alle corde, danno sempre un triangolo rettangolo. Altre terne sono 5-12-13, 15-36-39, ecc. Per gli agrimensori egizi è necessario determinare angoli retti, in modo che i campi di forma irregolare possano essere divisi in triangoli rettangoli o in trapezi rettangoli, dalla superficie facilmente calcolabile.

Le misurazioni con le corde sono effettuate non da

persone qualsiasi, ma da un corpo specializzato della casta sacerdotale. Effettuare le misurazioni preliminari per la costruzione di qualche pubblico edificio costituisce dunque una vera e propria cerimonia sacra.

Il papiro Rhind mostra che l'area di un triangolo isoscele viene calcolata moltiplicando metà della base per l'altezza. Lo scriba spiega che il triangolo può essere diviso in due triangoli rettangoli, le cui ipotenuse sono rappresentate dai lati obliqui; spostando uno dei triangoli rettangoli e girandolo in modo da far coincidere le ipotenuse, si costruisce un rettangolo avente la base uguale alla metà della base del triangolo. Un procedimento analogo viene proposto per calcolare l'area del trapezio isoscele. Secondo Boyer: "In trasformazioni come queste, in cui triangoli e trapezi isosceli vengono convertiti in rettangoli, possiamo ravvisare gli inizi di una teoria della congruenza e l'affiorare dell'idea di dimostrazione geometrica" (8c).

Calcolo della superficie di un triangolo e di un trapezio isosceli, mediante trasformazione in rettangolo.

Il valore attribuito a Pi greco è stato considerato da alcuni studiosi come un indice per valutare il livello raggiunto dalla matematica presso i vari popoli o autori. Lo scriba Ahmes ipotizza che l'area di un campo circolare con diametro 9 sia uguale all'area di un campo quadrato con lato 8. In pratica, ne risulterebbe un valore di Pi greco uguale a 3,1666... Il percorso per giungere a determinare con buona approssimazione

l'area del cerchio è stato lungo, come si può intuire dal problema 48 di Ahmes. Partendo da un quadrato di lato 9, si forma un ottagono dividendo ogni lato in tre parti. All'area del quadrato (= 81) si sottrae l'area dei 4 triangoli ai vertici (4,5 × 4 = 18); pertanto l'area dell'ottagono è 63. Ma l'area del cerchio inscritto nel quadrato in realtà è 63,6 ed è molto vicina all'area di un quadrato avente il lato di 8 unità, cioè 64. Lo studio dei rapporti fra cerchi e quadrati verrà poi ripreso e sviluppato dai Greci.

Determinazione della superficie di un cerchio inscritto in un quadrato.

Il papiro di Mosca, lungo circa 550 cm e largo solo 7,5 cm, viene redatto intorno al 1890 a.C. Contiene 25 esempi, quasi tutti analoghi a quelli di Ahmes, ad eccezione di due. In uno di essi viene calcolato il volume di un tronco di piramide. Nell'altro forse si accenna al calcolo della superficie di una cupola o, più probabilmente, di un tetto semicilindrico.

8. *Fine di un ciclo*

I faraoni dell'ultimo periodo (dal VII sec. a.C.) tentano nuove imprese per risollevare le sorti dell'Egitto: dominano il Mediterraneo con potenti flotte e con l'aiuto di marinai fenici, e soprattutto favoriscono l'insediamento di comunità straniere molto attive. I commercianti greci si stabiliscono a Naucrati (630 a.C.),

mentre gli Ebrei si stanziano ad Elefantina (presso Assuan) e in seguito anche nel delta del Nilo.

Purtroppo, le minacce straniere si fanno sempre più concrete. L'Egitto viene così sottomesso, nell'ordine, da Assiri, Babilonesi, Persiani, Macedoni e Romani.

PRESENTAZIONE
di Silvio Ceccato

IV. I GRECI

1. *Il mondo greco*

Gli antichi Greci hanno posto le premesse per lo sviluppo della cultura occidentale. Eppure non hanno mai dato vita a grandi regni o imperi. Anzi, hanno dovuto convivere o essere parte di altri domini. Il mondo greco, in effetti, non è identificabile esclusivamente con il territorio dell'attuale Grecia.

Con lo sviluppo della civiltà micenea inizia l'espansione dei Greci verso Creta, dove essi apprendono l'arte della navigazione, e verso l'Asia Minore, grande produttrice di frumento.

Nell'isola di Creta si è sviluppata una società centralizzata secondo il modello egizio. Qui la scrittura pittografica viene sostituita, nel XVI sec. a.C., dalla cosiddetta scrittura Lineare A, finora indecifrata.

La prima forma di scrittura, sillabica, detta Lineare B, riportata su tavolette di argilla rinvenute a Creta e a Micene, presumibilmente risale al XV sec. a.C. e viene considerata la più antica scrittura del continente europeo.

Nel XII sec. inizia l'invasione dei Dori (guerrieri a cavallo dotati di armi di ferro) che provoca il crollo della civiltà micenea e quasi mezzo millennio di "medioevo", caratterizzato da un ulteriore frazionamento

politico e dall'emigrazione verso l'Asia Minore.

Nel frattempo, alcune tribù del Sinai hanno recepito e semplificato i geroglifici egizi, dando origine a un alfabeto nel senso moderno del termine. I Fenici, intraprendenti navigatori e astuti commercianti, scoprono questo alfabeto intorno al 1000, lo migliorano e ne diffondono l'uso. I Greci, compresa la validità di questo strumento, lo adottano e ne migliorano anche l'aspetto, rendendo verticali tutti i segni obliqui. L'alfabeto fenicio non possiede segni per annotare i suoni vocalici, che nella lingua greca sono importantissimi. Quest'ultima, invece, non ha alcuni suoni consonantici presenti in quella fenicia. Pertanto, per rappresentare i suoni vocalici, i Greci usano i segni consonantici fenici superflui, e ne inventano alcuni. Col tempo, tre lettere cadono in disuso e da 27 che erano divengono 24 nel periodo classico. L'alfabeto greco è adottato, variatis variandis, dagli Etruschi e dai Romani. Giulio Cesare attesta che l'alfabeto greco è in uso anche presso i Celti.

A partire dall'VIII sec. a.C., nelle città ioniche non oppresse si verifica una rinascita culturale ed economica notevole, che causa un forte aumento della popolazione, gravi difficoltà per l'approvvigionamento alimentare e carenza di mano d'opera servile; inoltre, il problema dell'eredità della terra che per legge spetta al figlio maggiore, il decadere della potenza fenicia, l'espandersi dei commerci greci, le lotte politiche danno impulso alla fondazione di colonie agricole, di empori commerciali, di stabilimenti, insomma di città. Esse sorgono nelle isole e sulle coste dell'Egeo settentrionale, del Mar Nero, in Egitto, in Libia, in Sicilia, nel meridione d'Italia, presso le coste mediterranee della Francia e della Spagna.

Questo processo di espansione consente ai Greci di venire a contatto con civiltà più evolute, ma anche di diffondere la propria cultura e le proprie acquisizioni verso i paesi del Mediterraneo occidentale, come si è

visto a proposito dell'alfabeto. Su tutte le città primeggia Mileto, che dà origine ad oltre 90 colonie sul Mar Nero e si impone come il più importante porto per il commercio con l'Oriente. Per questo suo ruolo, viene più volte distrutta e gli abitanti deportati.

Dal 499 a.C. i Greci sono impegnati per 50 anni nella guerra contro i Persiani. Atene, governata dal 443 al 429 da Pericle, raggiunge il suo massimo splendore. Ma dura poco. In guerra contro Sparta dal 431 al 404, viene sconfitta. Inizia un lungo periodo di guerre, che vede i massimi contendenti (Atene, Tebe, Sparta e Persia) dissanguarsi in scontri feroci e volubili alleanze. A ciò si aggiungono gli scontri sociali fra l'alta borghesia e la massa dei salariati e degli artigiani, impoveriti dalle guerre. Filippo il Macedone non ha quindi difficoltà a sottomettere la Grecia. Alessandro Magno toglie qualsiasi velleità di rivincita distruggendo Tebe nel 335. Quindi si dedica all'espansione dell'impero. Le sue spedizioni militari, seguite anche da eminenti uomini di cultura, portano i Greci a contatto diretto con le antiche civiltà dell'Egitto, della Mesopotamia e dell'Indo. L'uomo di cultura può ora superare gli steccati della madrepatria e sentirsi davvero cittadino del mondo.

Alessandro si dedica alla riorganizzazione dell'impero su nuove basi economiche, crea una moneta unica, ordina spedizioni geografiche, fonda circa 70 città che dovrebbero fungere non solo da piazzeforti, ma soprattutto da centri di diffusione della cultura. Ordina la costruzione di strade e canali. Muore nel 323 a Babilonia, all'età di 33 anni, mentre prepara una spedizione militare contro Cartagine e i paesi del Mediterraneo occidentale. Il suo grande progetto per la creazione di un impero universale e per la fusione di tutti i popoli si arresta.

Le guerre fra i generali di Alessandro per la spartizione dell'impero si protraggono per 40 anni e più. Intorno al 280 a.C., l'impero risulta diviso in 4 regni: di

Macedonia e Grecia, di Pergamo, di Egitto e Regno dei Seleucidi (dal Libano all'Indo). Rispettivamente nel 148, nel 133 e nel 30 a.C., i primi tre finiscono sotto il dominio romano. Il Regno dei Seleucidi viene sottomesso progressivamente dai Parti.

Intanto, il nuovo assetto dato da Alessandro Magno comincia a dare i suoi frutti; la parlata popolare greca (koiné) si diffonde ovunque, accoglie termini orientali e dà luogo a neologismi, soprattutto di carattere scientifico. Ovunque vengono stimolati lo studio, la ricerca e la specializzazione attraverso la fondazione di biblioteche, che in realtà sono istituzioni culturali paragonabili alle nostre scuole superiori e agli istituti di ricerca. Le più conosciute sono quelle di Alessandria d'Egitto e di Pergamo.

La lingua greca, anche in epoca romana, è usata più del latino in tutto il mondo mediterraneo. Gli uomini di cultura si premurano di apprenderla.

2. *Il sistema attico*

I Greci attribuiscono la scoperta della scrittura alla dea Pallade Atena (la Minerva dei Romani), mentre ritengono che l'invenzione dell'aritmetica (e di alcune lettere dell'alfabeto) sia dovuta a Palamede. La prima volta se ne sarebbe servito per contare le truppe schierate contro Troia, le navi e gli armamenti (Platone). Ciò conferma ancora una volta che il numero è nato per rispondere a esigenze di ordine pratico.

Mentre l'introduzione della scrittura nel mondo greco è abbastanza antica ed è testimoniata dallo sviluppo notevole della letteratura, sugli albori della matematica si sa poco o nulla. Eppure le tecniche di calcolo devono essere ben sviluppate, visto che i Greci basano la loro prosperità sul commercio. Non possono non conoscere i procedimenti elaborati dai popoli che prima di loro hanno raggiunto un alto livello di civil-

tà. I motivi di tanta penuria di notizie possono essere di due ordini:

– i documenti sono andati dispersi;

– le semplici tecniche di calcolo, che fanno parte di una branca detta logistica, non godono di grande prestigio presso i matematici puri, che preferiscono occuparsi dell'aritmetica intesa come studio dell'essenza e delle proprietà del numero.

Due sono i principali sistemi di notazione in uso nel mondo greco:

– il sistema attico, detto anche erodianico perché lo troviamo descritto in un testo del grammatico Erodiano;

– il sistema ionico o alfabetico.

Il sistema attico si diffonde in Grecia nel periodo dell'egemonia di Atene. Compare in iscrizioni databili fra il V e il I sec. a.C. Si fonda sulla base dieci e utilizza il principio additivo e quello moltiplicativo.

Come si vede, un ruolo fondamentale viene attribuito alla 1ª e alla 5ª unità di ogni ordine: 1, 5, 10, 50... Inoltre, a prescindere dalla cifra usata per indi-

NOME ITALIANO	NOME GRECO	INIZIALE	NOME DELLA LETT.
CINQUE	PENTE	Γ (π)	PI GRECO
DIECI	DECA	Δ	DELTA
CENTO	HECATON	H	ETA
MILLE	XILIOI	X	XI (chi)
DIECIMILA	MYRIOI	M	MY

1	I	10	Δ	100	H
2	II	20	ΔΔ	200	HH
3	III	30	ΔΔΔ	500	𐅅
4	IIII	40	ΔΔΔΔ	900	𐅅HHHH
5	Γ	50	𐅄	1000	X
6	ΓI	60	𐅄Δ	5000	𐅆
7	ΓII	70	𐅄ΔΔ	7000	𐅆XX
8	ΓIII	80	𐅄ΔΔΔ	10000	M
9	ΓIIII	90	𐅄ΔΔΔΔ	50000	𐅇

Numerazione attica; origine dei segni base.

care l'unità semplice, tutte le altre cifre fondamentali si richiamano al principio acrofonico. Sono designate per mezzo della lettera iniziale della parola greca usata per denotare quel numero.

Del sistema attico sono state individuate diverse varianti a seconda delle città e dei beni enumerati (monete, pesi...). Infatti, ogni città greca costituisce uno stato indipendente e come tale ha un proprio sistema di monete, di misure, ecc.

3. *Il sistema ionico o alfabetico*

Sappiamo che i Greci vengono presto in contatto con il mondo egizio e, a partire dal VII sec. a.C., sono autorizzati a insediarsi stabilmente in Egitto. Così possono conoscere e comprendere i vantaggi della notazione ieratica egizia, assumendone il principio ma non i segni. Preferiscono impiegare, a tale scopo, le lettere del proprio alfabeto.

L'uso degli stessi segni in funzione di lettere e di numeri ha lasciato tracce profonde:

"... in tutte quelle culture ed epoche in cui si è adoperata una stessa parola per indicare il discorso fatto di parole e il calcolo con i numeri. Così era in greco antico, dove *logos* significava a un tempo 'calcolo' e 'discorso'. Così è in molti dialetti italiani in cui *contare* vuole dire 'raccontare' e 'numerare'. Così era in italiano antico, in cui *noverare* valeva 'contare, numerare' e 'raccontare'... Un buon esempio è proprio la famiglia di parole a cui apparteneva in latino *ratio*, che voleva dire sia 'misura, conto', sia anche 'stima' e 'ragione'. Da *ratio* sono nati i vocaboli italiani *ragione*, *ragionare*, che alludono di volta in volta al pensare, al discorrere e al calcolare. (Di qui... hanno origine i vocaboli *ragioniere* e *ragioneria*)" (10a).

Torniamo ai Greci. L'uso di un alfabeto di 27 lettere lascia supporre che l'adozione del sistema numerale ionico o alfabetico possa risalire all'VIII sec. Infatti, nel periodo classico (V e IV sec.) l'alfabeto si è ridotto a 24 lettere, con la perdita di *vau* o *digamma*, di *coppa* e di *sampi*. I segni alfabetici, quando indicano valori numerici, sono sormontati da un trattino. All'inizio si usano solo le maiuscole; le minuscole vengono introdotte in epoca tarda.

1	Α α	alfa	10	Ι ι	iota	100	Ρ ρ	ro
2	Β β	beta	20	Κ κ	cappa	200	Σ σ	sigma
3	Γ γ	gamma	30	Λ λ	lambda	300	Τ τ	tau
4	Δ δ	delta	40	Μ μ	mi	400	Υ υ	ypsilon
5	Ε ε	epsilon	50	Ν ν	ni	500	Φ φ	phi (fi)
6	Ϝ ϛ	digamma	60	Ξ ξ	xi	600	Χ χ	chi
7	Ζ ζ	zeta	70	Ο ο	omicron	700	Ψ ψ	psi
8	Η η	eta	80	Π π	pi	800	Ω ω	omega
9	Θ θ	theta	90	Ϙ ϙ	koppa	900	Ϡ ϡ	sampi

$\overline{I\Gamma} = 13$ $\overline{K\Delta} = 24$

$\overset{\alpha}{M}$ $\overset{\beta}{M}$ $\overset{\iota\beta}{M}$

10.000 20.000 120.000

Numerazione alfabetica greca; esempi.

Fino al numero 900 il sistema ionico è simile a quello ieratico egizio. La mancanza di segni per esprimere grandezze superiori spinge i Greci a riutilizzare le stesse cifre usate per le unità, facendole precedere da un apice:

,A (1000)
,B (2000)
eccetera

Questo significa che uno stesso simbolo può assumere valori diversi; i Greci però non sviluppano tale intuizione fino alle estreme conseguenze. Lo faranno gli Indiani.

Per esprimere le decine di migliaia o miriadi, essi adottano il principio moltiplicativo.

4. *Cifre astronomiche*

Quando gli astronomi greci cominciano a misurare la Luna, il Sole e la Terra, e le reciproche distanze, si rende indispensabile un sistema di notazione adeguato per l'espressione dei grandi numeri.

Aristarco di Samo (esempio b) si preoccupa di indicare con una M il gruppo delle miriadi, sicché il valore delle "cifre" viene determinato applicando il principio moltiplicativo.

Dopo quasi cinque secoli troviamo che Diofanto (esempio c) semplifica il sistema di notazione e mette un semplice punto per distinguere una classe dall'altra.

a) $\overset{,\theta\text{϶}\rho\theta}{M}$ = 9.999 x 10.000 = 99.990.000

b) ʹζροεΜ ʹεωϽε ARISTARCO
7175 x 10000+5875 = 71.755.875

c) δτοβ.ʹηϙζ DIOFANTO
4372.8097 = 43.728.097

Metodi per la rappresentazione di grandi numeri.

Al fine di rendere facilmente leggibile un numero formato da molte cifre, noi usiamo separarle a gruppi di tre, da destra verso sinistra nel caso dei numeri interi, mediante un puntino. Ogni gruppo di tre cifre forma una classe, che a sua volta è formata da tre ordini: unità, decine e centinaia.

Invece, Apollonio di Perga propone di segmentare i grandi numeri in miriadi o tetradi. Il numero "astro-

$\overset{\gamma}{M}$ CLASSE DELLE MIRIADI TERZE	$\overset{\beta}{M}$ CLASSE DELLE MIRIADI SEC.	$\overset{\alpha}{M}$ CLASSE DELLE MIRIADI PRIME	CLASSE DELLE MIRIADI SEMPL.
NUMERI DA 1 A 9.999 × 10.000³	NUMERI DA 1 A 9.999 × 10.000²	NUMERI DA 1 A 9.999 × 10.000	NUMERI DA 1 A 9.999
$\overset{\gamma}{M}$ ʹευξβ 5462 x 10000³	$\overset{\beta}{M}$ ʹγχ 3600 x 10000²	$\overset{\alpha}{M}$ ʹϛυ 6400 x 10000	//

(4e)

5.4 6 2.3 6 0.0 6 4.0 0 0.0 0 0

Metodo di Apollonio di Perga.

nomico" riportato nell'illustrazione è proprio di Apollonio. Mentre per altri matematici la lettera numerale posta al di sopra delle M indica un multiplo della miriade (in pratica: 10.000, 20.000, 30.000...), per lui essa vale come esponente per l'elevamento a potenza della miriade stessa.

Archimede, nel trattato intitolato *L'Arenario*, vuole dimostrare di essere in grado di esprimere con un numero la quantità di granelli di sabbia che può essere contenuta nell'universo. Per fare il suo calcolo, il matematico assume che 10.000 granelli di sabbia corrispondano a un seme di papavero, che 40 semi allineati coprano almeno la larghezza di un dito e che bastino 10.000 dita per formare uno stadio. Lo stadio corrisponde a 168-198 metri; fonti diverse lo fanno corrispondere a 178 m oppure a 185 m.

Per la "gestione" dei grandi numeri richiesti dal calcolo suddetto, Archimede elabora un sistema di tetradi doppie che chiama ottadi. La prima ottade comprende i numeri fino a 99.999.999. Ognuno può immaginare la consistenza delle ottadi successive. Organizza quindi le ottadi in periodi. Cento milioni di ottadi formano il primo periodo... Prosegue fino a prevedere il mirio-mirionesimo periodo: nel nostro sistema decimale vi corrisponderebbe un numero formato da ottantamila milioni di milioni di cifre.

Considerando la sfera dell'universo secondo la concezione che andava per la maggiore, Archimede stima che il numero dei granelli di sabbia dovrebbe essere inferiore a 10^{51} (nella nostra notazione). Tuttavia, secondo Aristarco, l'universo era molto più grande. In tal caso, a parere di Archimede, il numero dei granelli sarebbe inferiore a 10^{63}, che corrisponde a 1 seguito da sessantaquattro zeri.

Per quanto riguarda le frazioni, i Greci, ad imitazione degli Egizi, usano solo quelle con numeratore 1. Pertanto basta scrivere il denominatore seguito da un accento: KE` = 1/25.

5. *La moltiplicazione greca*

Si riporta un esempio di moltiplicazione greca desunto da un commento di Eutocio di Ascalona (citato in Picutti, pag. 81). Si inizia a calcolare da sinistra.

265 × 265 = 70225

σ ξ έ	200 60 5		
σ ξ έ	200 60 5		
M̊ M̃,β ,α	40000	10000 + 2000	1000
M̃,β.,γχ ξ́	10000 + 2000	3000 + 600	300
,α τ κέ	1000	300	20 + 5
M̊ σ κ έ	70000	200	20 5

Moltiplicazione greca.

6. *Altri popoli con lettere-numero*

La notazione numerica per mezzo delle lettere dell'alfabeto è in uso presso altri popoli, fra cui gli Ebrei e gli Arabi, forse ad imitazione dei Greci.

Presso gli Ebrei, la successione ordinata delle lettere dell'alfabeto è riprodotta in acrostico in numerosi Salmi, con la prima lettera di ogni versetto.

Gli Arabi, per ricordare meglio la successione delle lettere e quindi i numeri, hanno coniato speciali parole risultanti dall'accostamento delle iniziali dei nomi delle lettere.

1	א	ALEF	10	י	YOD	100	ק	COF
2	ב	BET	20	כ	CAF	200	ר	RES
3	ג	GHIMEL	30	ל	LAMED	300	ש	SIN
4	ד	DALET	40	מ	MEM	400	ת	TAU
5	ה	HE	50	נ	NUN	252: רנ"ב	20: כ׳	4: ד׳
6	ו	VAU	60	ס	SAMEK			
7	ז	ZAIN	70	ע	AYIN			
8	ח	HET	80	פ	PE	900: תתק		700: תש
9	ט	TET	90	צ	TSAD			

Numerazione alfabetica ebraica; esempi.

1	ا	ALIF	10	ي	YA	100	ق	QAF
2	ب	BA	20	ك	KAF	200	ر	RA
3	ج	JIM	30	ل	LAM	300	ش	ŠIN
4	د	DAL	40	م	MIM	400	ت	TA
5	ه	HA	50	ن	NUN	500	ث	tha
6	و	WA	60	س	SIN	600	خ	kha
7	ز	ZAY	70	ع	'AYIN	700	ذ	dhal
8	ح	ḤA	80	ف	FA	800	ض	ḍad
9	ط	ṬA	90	ص	SAD	900	ظ	ḍha
			1000	غ	ghayin			

13	99	312	1825
يج	صط	شيب	غضكه
3 10	9 90	2 10 300	5 20 800 1000

Numerazione alfabetica araba; esempi.

PAROLE MNEMOTECNICHE

ABAJAD	HAWAZIN	HUTIYA	ecc.
1 2 3 4	5 6 7	8 9 10	

Parole mnemotecniche degli Arabi orientali.

Inoltre, vari popoli hanno continuato a usare le lettere numerali anche dopo l'introduzione delle cifre indiane e dei sistemi di calcolo collegati.

7. *I primi matematici*

Con la presentazione dei Sumeri, abbiamo visto come si sia passati, dall'indicazione concreta delle quantità per mezzo di biglie, alle tacche e alle cifre cuneiformi. Nulla sappiamo invece dell'origine dei sistemi di numerazione presso i Greci. Nessuno scritto ci è pervenuto dei primi matematici famosi, come Talete e Pitagora. Quel che sappiamo, lo dobbiamo a fonti posteriori. Va precisato inoltre che i centri di studi matematici greci sono sparsi in tutti i paesi del Mediterraneo centro-orientale. Questa situazione consente ai Greci di accogliere tutto ciò che vi è di utile nelle altre culture.

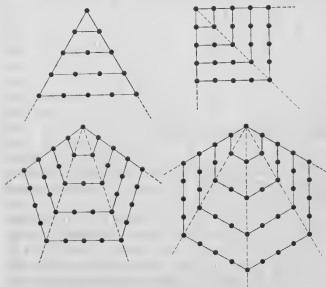
La maggior parte delle date riguardanti la vita dei matematici è approssimativa e, per questo, si tralascia la distinzione fra date certe e date presunte.

TALETE. Vive a Mileto fra il 624 e il 548 a.C. Viene considerato il primo matematico e il primo dei sette saggi. Insieme agli altri filosofi di Mileto abbandona le spiegazioni mitiche dei fenomeni naturali, e sostiene che occorre cercarne leggi e principi nella natura stessa. È quello che si suol definire l'inizio di un modo di pensare scientifico. La tradizione lo vuole abile mercante e nello stesso tempo astronomo. Aristotele sosteneva con malignità che Talete fosse divenuto ricco requisendo e rivendendo i frantoi nel corso di un anno in cui la produzione di olive si preannunciava abbondante.

Si dice che si sia recato a Babilonia e in Egitto. Dai primi apprende certamente l'astronomia e alcuni concetti geometrici poi a lui attribuiti (l'angolo inscritto

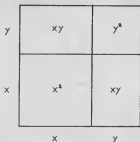
in un semicerchio è retto). Sembra sia stato lui il primo a dare la dimostrazione dei teoremi, cosa del tutto assente, o quasi, dai documenti matematici egizi e mesopotamici. In seguito al viaggio in Egitto, Talete diffonde lo studio della geometria in Grecia.

PITAGORA. È chiamato il padre della matematica. Nato a Samo (582-500), trascorre dei periodi a Babilonia, in Egitto e forse anche in India. Si stabilisce quindi a Crotone ove fonda una setta di tipo comunitario. La tradizione attribuisce a lui tutte le scoperte, ma è verosimile credere che siano dovute a vari componenti della setta e che le stesse siano avvenute in tempi diversi.

Molti termini matematici risalgono ai pitagorici. Oltre alla distinzione fra numeri dispari e pari, essi hanno individuato numeri triangolari, quadrati, pentagonali. Poiché essi si basano su una concezione geo-

Rappresentazione geometrica di numeri triangolari, quadrati, pentagonali ed esagonali.

metrica dei numeri, e di certo usano sassolini, possiamo immaginare i numeri stessi sotto forma di sassolini disposti su appositi schemi: i numeri cercati si possono ottenere sommando progressivamente i sassolini di ogni riga. I numeri 3, 6, 10, 15 ecc., sono numeri triangolari. I numeri quadrati sono 4, 9, 16, 25...

In geometria, viene attribuito a Pitagora il teorema che porta il suo nome: in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti. Ma sappiamo che era già noto ai Babilonesi e agli Egizi.

Anche l'algebra viene espressa in termini geometrici, dai pitagorici e da tutti i matematici antichi. Per esempio, l'equazione $(x+y)^2$ viene dimostrata costruendo un quadrato il cui lato risulta dalla somma di $x+y$.

Soluzione geometrica di un'equazione.

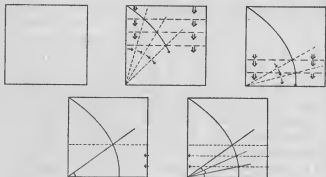
Per i pitagorici tutto è numero, quindi tutto è misurabile ed esprimibile con un numero intero o con ben definiti rapporti fra numeri.

La scoperta dei numeri irrazionali e delle grandezze incommensurabili, come il rapporto tra diagonale e lato di un quadrato, mette gravemente in difficoltà la dottrina pitagorica. Si dice che la scoperta sia stata divulgata da Ippaso di Metaponto il quale, per questo, sarebbe stato espulso dalla setta e considerato morto, oppure ucciso veramente.

8. *I tre problemi dell'antichità*

Alcuni sostengono che lo sviluppo della matematica greca è dovuto ai tentativi di risolvere i tre classici problemi dell'antichità: la quadratura del cerchio, la duplicazione del cubo e la trisezione dell'angolo. Nella geometria greca, i soli strumenti ammessi dai grandi "maestri", oltre alla capacità di ragionare, sono la riga e il compasso. È giudicato sconveniente ricorrere ad altri mezzi, anche se essi consentono di ottenere validi risultati. È bene anche precisare che la geometria greca è una cosa assai diversa dalla misurazione della terra di egizia memoria.

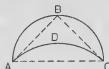
In tempi recenti è stato appunto dimostrato che i tre problemi sono insolubili col solo uso della riga e del compasso. Per altre vie, invece, sono stati risolti già nell'antichità. Per quadratura del cerchio si intende la costruzione di un quadrato avente l'area esattamente uguale a quella di un cerchio dato. Il problema della duplicazione del cubo, o problema di Delo, risale agli anni della peste in Atene, che fa tante vittime, compreso Pericle (429). Gli Ateniesi vanno a interrogare l'oracolo di Apollo a Delo, per avere consigli su come allontanare la peste. Si risponde che occorre raddoppiare l'altare di Apollo, avente la forma di un cubo. Gli Ateniesi, diligentemente, costruiscono un cubo di dimensioni doppie rispetto a quello preesistente, senza rendersi conto del fatto che il volume del nuovo altare sarebbe ben otto volte maggiore di quello primitivo. La soluzione di questo problema è trovata, per vie diverse, da Archita di Taranto e da Menecmo (350 a.C.). Infine, il problema della trisezione dell'angolo viene risolto dal sofista Ippia di Elide che, primo fra tutti, introduce in matematica la linea curva, chiamata trisettrice di Ippia o quadratrice.

Poiché con l'introduzione della curva non viene rispettata la regola che consente solo la riga (linea retta) e il compasso (cerchio), i matematici continuano ad

Costruzione della curva di Ippia e trisezione di un angolo.

impegnarsi per la ricerca di soluzioni ortodosse o meno, giungendo a nuove scoperte, specialmente a proposito di curve.

9. *Ippocrate di Chio*

Ippocrate di Chio fa il mercante e nel 430 si trasferisce ad Atene. Non essendo abile e astuto come Talete, gli affari vanno male: si dice abbia perso tutto il suo denaro, vittima di una frode a Bisanzio, oppure a causa dei pirati.

Frequentando i filosofi di Atene, egli ha modo di scoprire le proprie attitudini e si dedica con successo allo studio della geometria. Scrive un libro, *Elementi di Geometria*, che non ci è pervenuto. Si ritiene sia stato il primo a usare lettere nelle figure geometriche. Il contributo maggiore lo dà nella quadratura di alcune lunule. La lunula è una figura geometrica che assomiglia proprio alla falce della luna. Partendo da un semicerchio circoscritto a un triangolo rettangolo isoscele, Ippocrate dimostra che l'area della lunula ABCD è equivalente a quella del triangolo rettangolo isoscele ABC e, quindi, a quella del quadrato AEFG.

Quadratura di una lunula.

10. *Platone, la riga e il compasso*

Nel IV sec. infuriano le guerre per il predominio nel mondo greco; Atene, Sparta e Tebe si svenano. Ora l'una ora l'altra invoca l'aiuto dello straniero. L'aiuto di Filippo il Macedone si rivela letale per la libertà delle città greche. Eppure, proprio in questo secolo tormentato la scienza ateniese opera la migliore sintesi delle elaborazioni culturali precedenti, e pone le basi per ulteriori progressi che, nel bene e nel male, hanno un influsso enorme e duraturo. Ad Atene, nel 387 viene fondata l'Accademia, ad opera di Platone; nel 335 Aristotele fonda il Liceo; nel 306 Epicuro fonda il Giardino e nel 300 Zenone di Cizio (Cipro) fonda sempre ad Atene la scuola stoica.

Platone (427-347), originario di Egina presso Atene, proviene da una famiglia aristocratica. Abbandona la vita politica dopo aver constatato il dilagare dell'ingiustizia e della corruzione fra i governanti.

Per quanto riguarda la matematica, è influenzato profondamente dalle dottrine pitagoriche, forse tramite Archita. Platone non è un matematico, ma conosce bene la disciplina; forse contribuisce a razionalizzare le elaborazioni dei matematici precedenti e, soprattutto, indirizza in modo preciso la ricerca matematica ed astronomica dei suoi allievi. Sull'ingresso

della sua scuola è scritto che non deve entrare chi non conosce la geometria. Nella matematica, cioè nell'astrattezza dei numeri e delle forme geometriche e nella loro immutabilità rispetto al mutamento continuo della materia, egli scorge un'analogia con il suo "mondo delle idee". Inoltre, poiché lo studio della matematica stimola il formarsi della capacità di astrazione e della logica, vede in essa un buon punto di partenza per lo studio della filosofia.

11. *Biblioteca e Museo di Alessandria*

La politica dei Tolomei, fortemente accentratrice, si caratterizza per l'esclusione netta dell'elemento egizio dalla direzione del paese, a vantaggio dei Greci. Tale politica, inoltre, finanzia e controlla l'attività culturale, incoraggiando ogni tipo di studi ad eccezione della ricerca filosofica. Le acquisizioni e le sistemazioni operate dagli intellettuali alessandrini e del mondo greco-ellenistico restano poi insuperate fino al Rinascimento.

Vale la pena di spendere due parole sulla massima istituzione culturale di Alessandria. Il Museo e la Biblioteca, come afferma Strabone, fanno parte del complesso edilizio della reggia che, da sola, occupa un terzo della città. Nel Museo vivono e lavorano gli studiosi, forse divisi in corporazioni. Sono stipendiati dal sovrano e non hanno l'obbligo di dare lezioni. La Biblioteca non è un edificio a sé stante, ma è costituita dall'insieme degli scaffali su cui sono deposti i papiri, distribuiti nelle varie parti del Museo. Essa raccoglie un patrimonio librario immenso: si dice che vi siano 200.000 volumi già al tempo di Tolomeo I, 500.000 con Tolomeo II e 700.000 al tempo di Giulio Cesare.

L'impegno dei dotti alessandrini non è limitato alle traduzioni; essi conducono un attento lavoro filologico per smascherare le falsificazioni e per ricostruire i

testi; inoltre, li commentano. Per esempio, si deve a loro la redazione definitiva dell'*Iliade* e dell'*Odissea*. I Tolomei e i loro successori con questa prestigiosa istituzione danno un contributo notevole alla ricerca e alla cultura, ma ne traggono anche vantaggi indiscutibili come strumenti di dominio.

Per gli studiosi di tutto il mondo non "arruolati" nel Museo, è istituita una biblioteca-figlia, collocata nel Serapeo (tempio di Serapide), nel quartiere egizio di Rhakotis. Essa è dotata di copie dei testi elaborati e selezionati dai dotti del Museo. Già ai tempi di Callimaco (310-249) essa dispone di 42.800 rotoli.

Secondo la tradizione, la Biblioteca cessa definitivamente di esistere intorno al 640 d.C. con la conquista dell'Egitto da parte del Califfo Omar, che avrebbe ordinato: "Se questi libri contengono solo il Corano, sono inutili; se contengono qualcos'altro, sono pericolosi: bruciateli". Con questo atto viene assicurato per 6 mesi il riscaldamento dei 4.000 bagni pubblici della città.

12. *La matematica alessandrina*

EUCLIDE. Del più noto matematico dell'antichità conosciamo con approssimazione le date di nascita e di morte (forse 330-260 a.C.), ma non la città di origine. Certamente non va confuso con un altro Euclide, di Megara. Si pensa abbia studiato in Atene, all'Accademia.

La sua opera di gran lunga più importante è quella intitolata *Elementi*. Questo manuale, formato da 13 libri, soppianta e condanna all'oblio e alla dispersione tutte le opere di autori precedenti sugli stessi temi. L'opera di Euclide, variamente ritoccata nel corso dei secoli, giunge fino ai tempi attuali e occupa ancora un posto di rilievo nell'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie.

Il resto di questa storia dei numeri si trova nel libro di A. Campiglio e V. Eugeni, ricco di informazioni e di temi per una riflessione sull'uomo che si fa *sapiens* e *faber*. Io cercherò di scoprire ciò che deve essere accaduto prima, quando l'uomo operava più con spontaneità biologica che con intenzionalità consapevole.

Darò un ordine alle poche pagine suddividendo la storia in alcune tappe.

La spontaneità biologica, n. 1

È sempre utile ricordare come l'uomo operi in quattro modi: a) fa certe cose sapendo di farle e sapendo come; b) sapendo di farle, ma non come; c) non sapendo nemmeno di farle; ed infine d) credendo di farle in un modo e facendole in un altro.

L'uomo può credere, per esempio come Kronecker, che, pur essendosi fabbricato tutto, abbia ricevuto già fatti i numeri o, come Cantor, che non avendoli ricevuti già fatti, se li sia apprestati confrontando fra loro due collezioni non numerate (Platone ne avrebbe messa almeno una in cielo!).

Un bambino digerisce benissimo, come un gatto ed un cane, e se un giorno conoscerà il magnifico labora-

Gli *Elementi* non sono la "summa" della scienza matematica del tempo in cui sono redatti (300 a.C.) e neanche una storia della matematica. Certamente essi contengono il meglio di molti autori, presentato in maniera graduata. Questi libri possono invece essere correttamente intesi come una introduzione sistematica alla teoria dei numeri (interi positivi), alla geometria e all'algebra geometrica.

Nel corso di duemila anni molte cose sono state rivedute o definite in modo più rigoroso. Sono comparse anche le geometrie "non euclidee". Famoso è il *Commento agli Elementi di Euclide* a cura del matematico N. Tartaglia.

ARCHIMEDE. Plutarco sostiene che "in tutta la geometria non è dato incontrare argomenti più difficili e profondi di quelli affrontati da Archimede, espressi in termini più semplici e puri" (12a); egli giunge "al punto di scordarsi persino di mangiare" (12a) o di fare il bagno: i servi devono trascinarvelo, e allora lui si mette a disegnare figure geometriche sulla cenere della stufa; quando poi il suo corpo è spalmato d'olio, le figure se le traccia addosso con il dito.

Archimede si occupa del cerchio, dei poligoni in-

Quadratura del cerchio mediante spirale.

scritti e circoscritti. Riguardo al valore di Pi greco, stabilisce che esso va collocato fra 3 e 10/71 e 3 e 10/70, cioè fra 3,1408... e 3,1428... Sulla scia dei matematici che lo hanno preceduto, considera l'area del cerchio equivalente a quella di un triangolo avente la base e l'altezza uguali rispettivamente alla circonferenza e al raggio. Occorre anche tener presente che in quei tempi il rapporto fra circonferenza e diametro non era indicato con Pi greco.

Archimede studia la quadratura delle parabole e in particolare dei segmenti di parabola. In queste trattazioni entra in gioco il metodo di *esaustione*, ossia il calcolo integrale, e in ciò Archimede si avvicina più di tutti gli altri ai procedimenti moderni del calcolo infinitesimale.

Archimede ha particolarmente a cuore gli studi sulla sfera e sul cilindro, tanto che "pregò gli amici e i parenti di mettergli sulla tomba, dopo morto, un cilindro con dentro una sfera, e quale iscrizione la proporzione dell'eccedenza del solido contenente rispetto al contenuto" (12b).

APOLLONIO (262-190). Effettua le sue ricerche prima ad Alessandria, poi a Pergamo. Lo studio che distingue Apollonio dagli altri matematici è quello sulle *Coniche*, che fa piazza pulita di opere analoghe di altri autori, compreso Euclide. Mentre Menecmo ricava le sue curve tagliando coni aventi il vertice ad an-

Sezioni coniche.

. Pitagora e l'aritmetica.

golo retto, acuto e ottuso, Apollonio scopre che qualsiasi cono va bene, variando l'angolo di intersezione. È il primo a dare un nome specifico a queste curve, utilizzando termini già noti in matematica: ellisse, parabola e iperbole.

TOLOMEO. Opera ad Alessandria qualche secolo dopo. Il primo dei suoi tredici libri dell'*Almagesto* si occupa delle corde di cerchio ed è corredato di tavole trigonometriche molto accurate. Quanto al Pi greco, Tolomeo usa il valore 377/120 (3,1416...).

DIOFANTO. Quasi nulla si sa di questo matematico: si presume che sia vissuto intorno al 180 d.C. e che abbia raggiunto l'età di 84 anni. Scrive l'*Arithmetica*, un trattato in 13 libri dove per aritmetica si intende la "teoria dei numeri". Si tratta di una raccolta

Euclide e la geometria.

di problemi di algebra applicata; ciò che la differenzia dalle antiche raccolte di problemi babilonesi è il fatto che essa non parla di cereali, o di campi, ma considera i numeri in quanto tali. In secondo luogo, si occupa solo di problemi con soluzioni esatte, ignorando i casi la cui soluzione può essere calcolata solo con approssimazione. In terzo luogo, fa largo uso di abbreviazioni: ciò colloca l'algebra di Tolomeo (detta "sincopata") a metà strada tra l'algebra antica (detta "retorica" perché esposta in modo discorsivo, a parole) e quella moderna, che è "simbolica". Diofanto usa abbreviazioni e simboli per indicare potenze, incognite, relazioni, operazioni, ecc. Per questo viene chiamato "padre dell'algebra". Le sue opere, scritte in greco, sono tradotte in latino e pubblicate solo nel 1575.

V. LA TERRA E IL CIELO

1. *Le grandi esplorazioni*

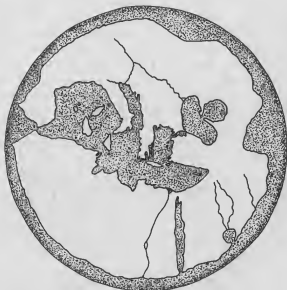
La metà del I millennio a.C. è un periodo di grande fervore nelle esplorazioni geografiche marittime e terrestri. Figlio di quel periodo è Erodoto. Con le sue *Storie* ci tramanda una gran messe di notizie sui paesi del Mediterraneo e del Medio Oriente, che egli visita personalmente raccogliendo dati certi, curiosi aneddoti e miti.

Anche le esplorazioni marittime sono memorabili. Il faraone Neco (regnante fra il 610 e il 595) dà incarico ai marinai fenici di esplorare le coste meridionali del continente africano: essi ne compiono il periplo e rientrano in Egitto dopo tre anni.

Le successive esplorazioni marittime sono compiute da Annone (cartaginese), Ecateo di Mileto, Pitea di Marsiglia e Nearco di Creta. Ecateo e Pitea possono essere considerati i tipici rappresentanti del mondo greco: navigatori coraggiosi, colti, con mentalità scientifica.

Ecateo (560-490 a.C.) effettua viaggi in Egitto e nelle province dell'impero persiano; esplora la Lidia, la Tracia e le coste del Mar Nero. Nel 500 a.C. circa, naviga lungo le coste nord-occidentali del Mediterraneo, giungendo fino allo stretto di Gibilterra. Con i

dati raccolti, realizza un manuale di geografia. È interessante come, già allora, lui consideri la mitologia greca come una congerie di storie assurde.

Pitea (360-290) nel marzo del 320 parte da Marsiglia, varca lo stretto di Gibilterra, costeggia la penisola iberica fino a Capo Ortegal, attraversa il Golfo di Biscaglia fino alla penisola di Bretagna (Francia), passa in Cornovaglia, risale tutta la costa britannica, poi segue la costa continentale fino alla foce dell'Elba, si dirige a nord ed esplora le coste della Norvegia fino a 63 gradi di latitudine (Trondheim). Raccoglie una gran mole di dati sulle latitudini, sulle maree e i rapporti con le fasi lunari; parla anche degli iceberg e della brevità delle notti artiche. Come era da aspettarsi, nessuno dei suoi contemporanei lo prende sul serio.

Come si immaginava la Terra nel 6° sec. a.C.

2. *Le sfere celesti*

Se per i pitagorici il numero perfetto è il 10, in geometria la figura perfetta è la sfera. Da questi due principi "mistici" derivano l'intuizione che la Terra e gli altri corpi celesti siano sfere, e che 10 siano le sfere dei corpi celesti mobili: Sole, Luna, Terra, altri 5 pianeti, Antiterra e sfera delle stelle. Si deve al pitagorico Filolao (480-400) l'ipotesi che la Terra ruoti come gli altri pianeti intorno a un fuoco centrale, con movimento circolare uniforme. Dopo due millenni questa ipotesi è ripresa da Copernico. Ma per i Greci suoi contemporanei è troppo rivoluzionaria e viene modificata da due pitagorici posteriori; essi pongono la Terra di nuovo al centro dell'universo, e per spiegare il giorno e la notte, pensano che la Terra ruoti su se stessa.

Anassagora (488-428), originario di Clazomene, svolge la sua attività intellettuale ad Atene. Per nulla propenso a prestar fede alle spiegazioni mitologiche, effettua le sue ricerche con rigoroso spirito scientifico e per spiegare i fenomeni celesti elabora teorie razionali piuttosto scomode per il potere religioso. Un suo libro intitolato *Sulla Natura* riscuote notevoli consensi fra la cittadinanza. Secondo Anassagora, il Sole è un corpo metallico incandescente, la Luna riceve e riflette la luce del Sole, le stelle sono rese incandescenti dal movimento di rotazione. Egli descrive con rigore scientifico gli arcobaleni, i fenomeni meteorologici e le eclissi. Le sue asserzioni portano lo scompiglio nelle credenze religiose del tempo e, accusato di empietà, egli rischia la condanna a morte. Lo difende Pericle, suo ex allievo, che lo stima molto. Assolto, ritiene più salutare mettere di mezzo il mare fra sé e Atene: si ritira a Lampsaco, sui Dardanelli.

Platone abbozza uno schema dell'universo, rappresentabile sotto forma di sfere concentriche invisibili e avente al centro la Terra immobile. Ad ogni sfera corrisponde un pianeta che ruota con essa. Di fatto, le

manifeste irregolarità nei movimenti dei pianeti mettono in scacco il suo ideale di universo perfetto. Perciò suggerisce ai suoi discepoli di continuare gli studi astronomici al fine di giungere alla costruzione di un sistema razionale di circoli e di sfere, conforme ai dogmi pitagorici.

Aristotele di Stagira (384-322) non è un matematico in senso stretto. È grandissimo come scienziato naturalista. Certamente la sua attitudine per le scienze si forma in famiglia, in quanto la professione medica del padre lo stimola al rigore e al rifiuto delle fantasie mitologiche. A ciò si aggiunge la serietà negli studi compiuti all'Accademia.

Si interessa anch'egli alla costruzione di uno schema dell'universo, rifacendosi alla dottrina pitagorica che considera il cerchio e la sfera come le più perfette figure geometriche. L'universo, secondo Aristotele, è fatto di sfere cristalline concentriche. Al centro dispone la Terra con la sua atmosfera; quindi, allontanandosi, le sfere degli elementi puri: esalazione terrestre, acqua, aria, fuoco; poi la sfera dell'etere, le sette sfere dei pianeti (Sole e Luna compresi), quella delle stelle fisse, infine la sfera che dà il movimento a tutte le altre: *Primum mobile*. In questo senso, in quanto racchiuso in sfere, l'universo è limitato e finito nello spazio; peraltro, Aristotele ritiene che sia illimitato nel tempo, non soggetto né a creazione né a distruzione.

I dogmi delle dottrine pitagoriche e la povertà degli strumenti disponibili pongono l'astronomia di allora al di fuori di ogni ricerca sperimentale meticolosa. Per esempio, il primo a formulare l'ipotesi che nell'universo possano esistere orbite non circolari è Ticho Brahe (1546-1601). Vi perviene nel 1577 studiando l'orbita di una cometa. Questo astronomo moderno, in verità, può giovarsi di un osservatorio dotato dei migliori strumenti forniti dalla tecnica del suo tempo. Per 10 anni egli raccoglie dati e dati. Ma solo Keplero, elaborando quelle informazioni, intuisce la vera natura, el-

littica, delle orbite dei pianeti. Perciò, non deve sorprendere più di tanto che il modello di Aristotele, perfezionato da Tolomeo, abbia potuto durare così a lungo.

3. *La Terra e le sue misure*

È interessante soffermarsi su due astronomi eccezionali come Aristarco di Samo (310-230) ed Eratostene di Cirene (276-194).

Aristarco insegna ad Alessandria e, stando alle testimonianze di Archimede e di Plutarco, ipotizza un sistema eliocentrico, avente il Sole immobile e tutti i pianeti, Terra compresa, che gli ruotano attorno con orbite circolari. Immancabilmente, egli viene accusato di empietà.

Con metodo corretto dal punto di vista scientifico, Aristarco cerca di determinare le distanze relative della Luna e del Sole rispetto alla Terra, e la loro grandezza. La premessa indispensabile è l'ammissione che la Luna non abbia luce propria, ma rifletta quella che riceve dal Sole. Ne consegue che, quando la Luna è al primo o all'ultimo quarto, l'asse del nostro sguardo diretto alla Luna forma un angolo retto con i raggi del Sole che convergono sulla stessa. Aristarco provvede a misurare l'angolo delimitato dai due segmenti Terra-Luna e Terra-Sole, angolo che risulta essere di 87 gradi. Sulla base di questi dati, calcola che la distanza Terra-Sole corrisponde a 18-20 volte la distanza Terra-Luna. Purtroppo la sua valutazione è inesatta, perché l'angolo con vertice sulla Terra misura in realtà 89 gradi e 52'. La distanza del Sole dalla Terra, pertanto, corrisponde a circa 390 volte la distanza Terra-Luna.

Egli afferma inoltre che la Luna è più piccola della Terra, e che il Sole è molto più grande. La stima delle grandezze relative risulta anche in questo caso impre-

cisa. Per calcolare la grandezza effettiva del Sole e della Luna bisogna conoscere quella della Terra. Questa misurazione viene realizzata da uno scienziato un po' più giovane, Eratostene.

Eratostene è responsabile della Biblioteca di Alessandria e grazie al sostegno di Tolomeo III Evergete ottiene brillanti risultati in geografia, oltre che in matematica. Nel campo geografico-astronomico è noto per aver effettuato la misurazione della circonferenza terrestre. Ciò significa che è ormai dato per scontato che la Terra abbia forma sferica, così appare alquanto strano che qualche secolo più tardi, nel mondo romano se ne dubiti, come fa Lucrezio:

> "Guardati bene dal credere, o Memmio...
> che i corpi tutti che sono agli antipodi
> col peso tendono all'alto,
> e sulla terra si posano col capo volto all'ingiù,
> come le immagini delle cose
> che vedi nell'acqua" (13a).

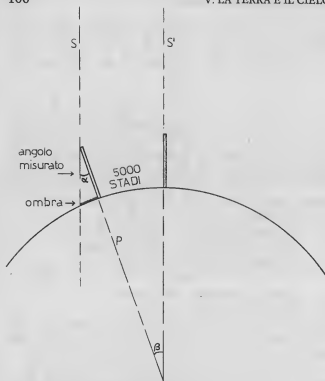
L'altro dato ormai acquisito è che i raggi del Sole diretti sulla Terra, data la grandezza e la lontananza dell'astro, possono essere considerati tutti paralleli.

Si era constatato che il 23 giugno a mezzogiorno, a Siene (Assuan), nell'Alto Egitto, i raggi del Sole giungono perpendicolari sulla Terra: infatti la luce solare arriva ad illuminare il fondo di un pozzo, e un palo verticale non mostra ombra. Nello stesso momento, ad Alessandria, un palo (o un obelisco) della stessa dimensione proietta un po' d'ombra.

Nell'illustrazione le rette S e S′ rappresentano i raggi solari che procedono paralleli; la retta S′ passa per il centro della Terra. La retta P, che si pone sul prolungamento del palo posto ad Alessandria, passa anch'essa per il centro della Terra, ma interseca anche le parallele S e S′. Per le note proprietà delle rette parallele, gli angoli *alfa* e *beta* sono uguali. Eratostene trova che l'ampiezza di *alfa* corrisponde ad 1/50 di cerchio, quindi anche l'angolo *beta* ha la stessa am-

torio di chimica e fisica che è il suo stomaco, gatto e cane forse non lo conosceranno mai. Per procedere in un pensiero unitario, ogni 5-7 secondi dobbiamo riassumere il già fatto in un contenuto mentale di circa mezzo secondo, ricominciando poi da questo. Quanti lo sapevano, finché i tentativi per la macchina che osserva, pensa e parla non hanno obbligato a rendersene conto? E che cosa dire dei primi studiosi dell'osservazione che immaginarono che i risultati delle loro operazioni percettive e rappresentative fossero costituiti da tante datità siffatte e incognite fuori della testa, da portarvi all'interno per venir conosciute? Insistendo poi per millenni, nonostante la contraddizione di questa posizione e quindi le insolubili difficoltà generate. Per esempio, la cosa esterna resta al suo posto; quella interna deve perdere la sua fisicità per trovare posto nella testa già piena di una materia sua, il cervello; dovrebbero venir messe a confronto una incognita con una cognita. Tutti i procedimenti escogitati per superare la difficoltà non lo potrebbero mai, dovendo naufragare fra contraddizioni figliate dalla prima. Come possono gli uomini essersi attestati per secoli su questa verità da *adaequatio*?

Eppure l'uomo era già riuscito ad osservare, a pensare, a parlare, ad apprestarsi criteri e valori positivi e negativi, e sino ad un certo punto anche a giudicare delle grandezze, a contare; e così a produrre opere fortemente impregnate di ritmi e di valori estetici.

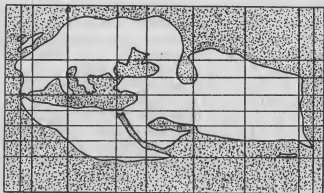
Certamente un animale, l'uomo, che nei milioni e milioni (miliardi?) di anni si era dato, come gli altri, un capo, un corpo, arti, movimento, organi tattili, ottici, acustici, gustativi, ecc. ecc., vivendo e sopravvivendo. Erano i famosi "istinti", gli "impulsi naturali", vivi prima che egli, a differenza forse degli altri esseri viventi, aggiungesse un ultimo pezzo al suo cervello, in grado non solo di farlo pensare ma anche di pensare sul suo pensare, permettendogli progetti e realizzazioni: cioè una volontà, una finalità ed anche una do-

La misurazione del meridiano terrestre.

piezza. Conseguentemente, la porzione di circonferenza delimitata dai due pali è 1/50 della circonferenza della Terra. La distanza fra Siene ed Alessandria è di 5.000 stadi. Allora, la circonferenza della Terra lungo il meridiano è 50 volte tanto: 250.000 stadi (42.000-49.000 km, dato che non conosciamo la misura precisa di uno stadio). Attualmente, la lunghezza del meridiano viene stimata in 40.009 km.

Già Anassimandro di Mileto (610-547) realizza una carta geografica del mondo allora noto. Nel corso dei secoli, per opera di viaggiatori, esploratori e commercianti la conoscenza del mondo si amplia. Alessandro

Magno, che ha intuito l'utilità militare ed economica derivante dalla esplorazione dei territori, si fa seguire nelle conquiste da schiere di naturalisti, ingegneri, geometri... Sulla base di queste e di altre rilevazioni, un allievo di Aristotele, Dicearco, realizza una mappa.

Anche Eratostene si dedica alla realizzazione di una carta geografica, che però risulta viziata dalle opinioni correnti. Si ritiene infatti che tutte le terre emerse siano situate nell'emisfero settentrionale, che ne occupino la terza parte, che il Mar Caspio sia solo un golfo dell'Oceano Orientale, ecc. Eratostene utilizza vari paralleli, del più importante dei quali (il 36°), che passa per Gibilterra e Rodi, calcola la lunghezza in 200.000 stadi. Secondo i suoi calcoli, le terre si estendono da occidente a oriente per 78.000 stadi, mentre dal punto più meridionale (parallelo di Ceylon) a quello più settentrionale (Thule) ci sono 38.000 stadi. È consapevole che si può raggiungere l'India attraversando l'Atlantico in direzione ovest. Ciò che dissuade i navigatori dal provarci è l'enorme estensione dell'Oceano: circa 2/3 della circonferenza terrestre! Certamente non sarebbero mancati i mezzi. Si racconta che furono costruite navi da guerra anche con 16 ordini di remi, ma erano poco maneggevoli nelle battaglie. Tolomeo IV Filopatore (regnante dal 221 al 203) fece costruire una nave gigantesca con 40 ordini di remi. Dopo un viaggio a Siracusa fu smantellata, perché era troppo grande per entrare in qualsiasi porto.

Eratostene nella costruzione della sua carta utilizza anche linee verticali (meridiani), la principale delle quali è quella che passa per Alessandria. Lungo questo meridiano (30°) colloca Bisanzio e le foci del Dniepr a nord, mentre a sud colloca Siene, Meroe e tutto il corso del Nilo. La carta di Eratostene non ci è pervenuta, ma la si può ricostruire in base a quegli importanti punti di riferimento che sono i paralleli ed i meridiani, di cui ci si serve per indicare la posizione precisa di paesi e città.

Ricostruzione della carta di Eratostene.

4. *Apollonio e Tolomeo geografi e astronomi*

Le opere di Apollonio sono particolarmente ricercate nel Rinascimento. Esse rappresentano il punto di partenza per le successive conquiste dell'astrofisica moderna, compresi i *Principia* di Newton. Leibniz sostiene che, a ben capire Archimede e Apollonio, le pur esaltanti scoperte dei matematici contemporanei sembrano più modeste. Gli studi di Apollonio sulle coniche trovano già nell'antichità un'applicazione pratica nella cartografia, per trasferire su una superficie piana una porzione di superficie sferica come quella della Terra. Per il resto, ai suoi tempi, non si intravede altra applicazione. Egli sostiene quindi che tali argomenti meritano di essere studiati per se stessi.

Per millenni, l'umanità sogna di volare, nell'atmosfera e oltre, a bordo di tappeti volanti o di velieri prodigiosi, librandosi con ali d'uccello, cavalcando scope o pronunciando formule magiche... Più realisticamente gli studi sulle sezioni coniche rappresentano la premessa per lo studio delle traiettorie dei pianeti e del volo umano nello spazio.

Come astronomo, Apollonio inventa due schemi per la rappresentazione dei movimenti dei pianeti. Uno si basa sui movimenti epiciclici, secondo cui un pianeta si muove lungo un'orbita circolare; il centro di essa scorre lungo la circonferenza di un cerchio molto più grande avente al centro la Terra. L'altro schema prevede che il movimento del pianeta si compia lungo una grande circonferenza, il cui centro scorre attorno a un cerchio più piccolo (moto eccentrico). Verificandosi precise condizioni, i due schemi sono equivalenti. Le proposte di Apollonio risultano più precise dello schema di Aristotele e delle sue sfere concentriche, e pertanto consentono agli astronomi una maggiore esattezza nelle previsioni.

Il moto di un pianeta qualsiasi secondo gli schemi proposti da Apollonio.

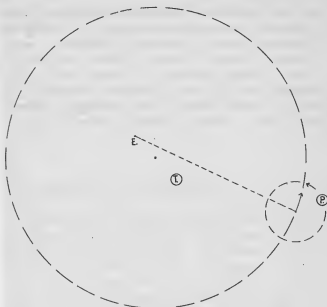
Tolomeo di Alessandria (100-178 d.C.) può essere considerato l'ultimo grande studioso della scuola alessandrina, già da qualche secolo in costante declino. È vero che la scuola continua ad esistere ancora per mezzo millennio, ma la sua fisionomia sta mutando: da centro di studi scientifici diviene progressivamente sede di risse teologiche.

Tolomeo viene ricordato soprattutto per il cosiddetto sistema planetario "tolemaico". Adotta la teoria dei cicli e degli epicicli, introducendo un piccolo accorgimento: allontana un poco la Terra dal centro di

tutto il sistema e, al di là del centro, alla stessa distanza individua un punto chiamato equante sul quale si impernia l'orbita dei pianeti.

L'*Almagesto* (dall'arabo *al-magistî*, "la più grande") è l'opera in cui Tolomeo espone le sue teorie astronomiche. Il vero titolo è *Sintassi Matematica*.

Tolomeo usa dividere il cerchio in 360 parti e, riconoscendo che le frazioni sessagesimali babilonesi sono più efficienti di quelle egizie o greche, le adotta. Divide perciò l'angolo in 60 "partes minutae primae" (minuti primi) e ogni minuto primo in 60 "partes minutae secundae" (minuti secondi). Per l'uso specifico che se ne fece, tali frazioni furono chiamate "frazioni dell'astronomo" (8d).

Schema dell'universo secondo Tolomeo;

moto di un pianeta (E = equante, T = Terra, P = pianeta).

L'*Almagesto* contiene un catalogo di stelle molto accurato e, cosa molto importante, la descrizione degli strumenti astronomici usati, i più precisi dell'antichità: alcuni molto semplici, altri abbastanza sofisticati.

Tolomeo scrive anche la *Geografia*, un trattato in otto libri, corredato da mappe. Queste sono andate perdute, ma si possono ricostruire grazie all'abbondanza di dati contenuti nel testo. Vi sono catalogati ben 8.000 punti notevoli: città, monti, fiumi, ecc. Inoltre vi sono descritti i metodi per rappresentare la superficie terrestre su una superficie piana. Le mappe medievali sono redatte sulla base delle descrizioni di Tolomeo, ma nessuna fra quelle che possediamo è anteriore al XII secolo. Tolomeo tuttavia commette un grosso errore nel considerare la circonferenza terrestre uguale a 180.000 stadi, accettando il valore pro-

posto da Posidonio, il maestro di Cicerone. Stima inoltre che le terre emerse si estendano per 180 gradi dall'estremo punto occidentale all'estremo punto orientale. In pratica, l'Oceano Atlantico e il contiguo Oceano Orientale subiscono un drastico ridimensionamento: circa un terzo. Colombo, prendendo per buoni i calcoli di Tolomeo, trova il coraggio di salpare per le Indie e... scopre l'America, per sua fortuna.

VI. DAL DIRE AL FARE

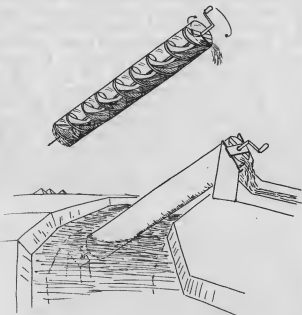
1. *La meccanica: Archita ed Archimede*

Si deve forse a Platone la restrizione che ammette, in geometria, l'uso della riga e del compasso soltanto. Esistono però dei problemi che non possono essere risolti con questi soli mezzi; alcuni matematici ricorrono pertanto a schemi visivi e meccanici (Eudosso, Archita, Archimede). Platone biasima questi metodi. Secondo lui, essi corrompono la geometria e la degradano al livello del mondo sensibile. Tale geometria, applicata agli oggetti concreti e alle necessità pratiche, prende il nome di meccanica e, quale figlia illegittima ignorata dai filosofi, trova ampio sviluppo nel campo militare. La ripulsione mostrata da Platone nei confronti di questo aspetto della geometria trova spiegazione nel fatto che per lui, e per Aristotele, il lavoro manuale si addice soltanto alle classi inferiori e agli schiavi.

Archita di Taranto (nato intorno al 428 a.C.), allievo di Filolao, sfronda il pitagorismo da molti dei suoi elementi magici e religiosi. Archita è passato alla storia anche come ottimo governante e per aver inventato la vite, la puleggia e il verricello, nonché dei giocattoli, fra cui il "sonaglio di Archita" e la colomba meccanica

di legno. Aulo Gellio ci tramanda che secondo attendibilissime fonti antiche fu realizzata da Archita una colomba di legno, "con una ragione et arte macchinativa di tal sorta che volava, tanto era bene librata e mossa dall'aura dello spirito che v'era occultato e rinchiuso"; ma Favorino aggiunge: "fermandosi più non risorgeva, poiché non più che tanto aveva potuto l'arte" (24a).

Archimede (287-212 a.C.), figlio di un astronomo, nasce, vive ed opera a Siracusa, tranne un periodo di studi trascorso ad Alessandria.

Già in Egitto ha modo di manifestare il suo genio inventivo realizzando un meccanismo per sollevare acqua, detto la "vite di Archimede" o vite senza fine.

La vite di Archimede.

Essa è formata da un cilindro posto obliquamente e con l'estremità inferiore immersa nell'acqua. All'interno vi è una specie di tubo avvolto a spirale attorno all'asse del cilindro. Ruotando il cilindro per il verso giusto con una manovella applicata all'estremità superiore, l'acqua sale fino a traboccare in qualche recipiente apposito.

Plutarco dedica alcune pagine alla figura straordinaria dello scienziato siracusano.

"Archimede possedette uno spirito così elevato, un'anima così profonda e un patrimonio così grande di cognizioni scientifiche, che non volle lasciare per iscritto nulla su quelle cose [cioè sulle macchine inventate e usate per combattere i Romani], cui pure doveva un nome e la fama di una facoltà comprensiva non umana, ma pressoché divina. Persuaso che l'attività di uno che costruisce delle macchine, come di qualsiasi altra arte che si rivolge a un'utilità immediata, è ignobile e grossolana, rivolse le sue cure più ambiziose soltanto a studi la cui bellezza ed astrazione non sono contaminate da esigenze di ordine materiale. E i suoi studi non ammettono confronti con nessun altro" (12c).

Apprendiamo da Plutarco che Archimede viene incoraggiato a costruire macchine e congegni da Gerone, re della città e suo parente. In effetti, a seguito degli studi sulla leva, Archimede aveva affermato "che si poteva con una certa forza sollevare un certo peso" (12d) e che avrebbe potuto spostare anche la Terra, in date condizioni. Il re si limita a chiedere una dimostrazione pratica. Archimede fa tirare in secco un grosso mercantile a tre alberi, il che richiede grande fatica, quindi ordina che sia caricato normalmente e che vi salgano molti uomini; infine "si sedette lontano e senza nessuno sforzo, muovendo tranquillamente con una mano un sistema di carrucole, lo fece avvicinare a sé dolcemente e senza sussulti, come se volasse sulle onde del mare" (12d).

verosità. E così via. Sì, proprio noi, gli uomini di oggi, che ben si comprendono quando affermano che una natura li ha fabbricati, con le meravigliose pompe del cuore e dei polmoni, la rete dei circuiti di cui s'intesse il sistema nervoso, lo scambio fra corteccia, nervi, muscoli, ecc. Una natura che ha permesso al millepiedi di coordinare i passi, le cento zampette, alle api di costruire con il minimo di materia e spazio le proprie cellette, senza ricorrere al calcolo integrale ed infinitesimale, al formicaleone di accoppiare forze centrifughe e centripete nell'apprestare il cono-trappola per le formiche. Il trifoglio, come conta le foglie? E come, per nostra fortuna, qualche volta sbaglia e se ne dà quattro?

Il tono scherzoso non nasconda il problema di fondo.

L'intenzionalità consapevole, n. 1

A un certo punto, questo animale, questo quadrupede si è eretto, ha aggiunto un nuovo pezzo di cervello, il neoencefalo, vi ha associato le mani (l'uomo è intelligente perché ha le mani o ha le mani perché è intelligente?). Questo essere corticalizzato ha superato ogni altro animale, soprattutto connettendo l'operare della sua testa con organi vocali che lo rendono pubblico e permettono che i risultati di ogni pensante-parlante siano comunicati.

Quando, dalle cinque dita delle mani e dei piedi, le cinque punte della stella marina, poteva però passare alle cinque delle parti del mondo?

Gestazione indubbiamente lentissima, anche se oggi l'ontogenesi riduce a ben poco la lunga filogenesi, e dopo tanti balbettii ed ingenuità una mente si cimenta con se stessa.

Vediamo di raffrontarne un primo stadio, non certo ultimato, con quello di qualche animale. Scattò una trappola.

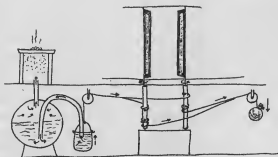
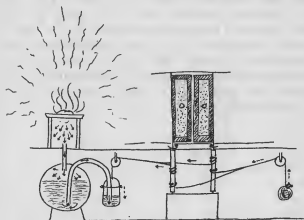
C'è da considerare che il lavoro di Archimede coniuga la nobile matematica con la "vile" meccanica in modo utile per la scienza. Il suo esempio però non trova molti seguaci e la meccanica finisce per essere applicata solo in campo militare. Grazie alle armi inventate da Archimede e ad altre diavolerie, Siracusa può resistere a lungo all'assedio dei Romani: dall'alto delle mura le navi vengono colpite con massi o grossi pali, o sollevate a prua con "mani di ferro" e immerse a poppa, o tenute sospese in aria, scrollate per benino e scaraventate contro le mura.

Le lettere di Archimede dirette a Eratostene sono raccolte in un volume intitolato *Il Metodo*. In esse l'autore spiega come è giunto a certe dimostrazioni, e non manifesta alcun imbarazzo nel dire di aver fatto ricorso a ricerche preventive di tipo "meccanico". Così procedendo, può farsi un'idea abbastanza precisa del risultato che dovrebbe ottenere e dimostrare. Per esempio, per confrontare le aree di due figure piane, dopo averle realizzate con "carta", le mette sulla bilancia e ne confronta i pesi.

2. *Il genio di Erone*

Generazioni di eruditi e di amanuensi hanno salvato il fiore della matematica antica che, purtroppo, ci è giunta solo in parte: molte opere infatti sono andate perdute. L'altra matematica, quella applicata ai casi pratici della vita, attribuita ai servi e ai mercanti, viene invece ignorata. Così sappiamo poco o nulla sui modi e sui mezzi usati per fare i calcoli. Dopo Archimede, solo Erone si dedica a conciliare teoria e pratica.

Erone di Alessandria è il tipico rappresentante di quella corrente poco nota che intende applicare la scienza a situazioni più o meno pratiche. Come i Babilonesi, egli si occupa degli aspetti pratici della geo-

metria. Infatti, nella *Geometrica* indica i procedimenti per la soluzione di vari problemi, e solo di rado concede dimostrazioni. Nella *Metrica* tratta di misurazioni, nonché di aree e di volumi: sono esempi che, per molti versi, ricordano le tavolette matematiche cuneiformi. Nella *Meccanica* si occupa non solo del piano inclinato, ma anche di vari congegni che, attraverso l'azione combinata di viti senza fine, di ruote dentate, pulegge multiple e leve, consentono il sollevamento di

Erone: meccanismo per far aprire e chiudere la porta di un tempio.

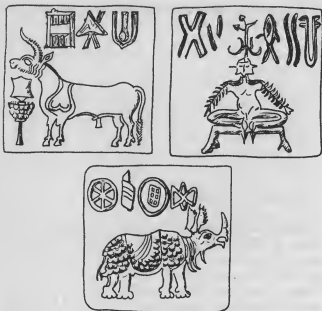
grossi pesi con poco sforzo. Nella *Pneumatica* descrive una sfera che può ruotare su se stessa per effetto del vapore. Descrive inoltre la diottra, utile strumento per misurare angoli, calcolare altezze o distanze fra punti lontani: è l'antenata del teodolite. Due fra le tante macchine di Erone sono destinate più a stupire che ad essere di qualche utilità pratica. Una consente di comandare a distanza e in modo "occulto" l'apertura delle porte di un tempio per mezzo del calore (prodotto dal fuoco) dell'acqua e di una serie di leve. L'altra è la fontana canterina: l'acqua che sgorga dal rubinetto cade nella vaschetta sottostante come in tutte le fontane del mondo; di qui, però, scende in un grosso contenitore; man mano che l'acqua lo riempie, l'aria ne viene scacciata attraverso appositi tubicini che terminano nella gola di alcune statue di ucccelli, ove sono collocati dei fischietti.

VII. GLI INDIANI

1. *La civiltà dell'Indo*

La prima forma di civiltà indiana si è sviluppata intorno al 2500 a.C. nella valle dell'Indo, con i suoi punti di forza nel Punjab (Terra dei cinque fiumi) e nel Sind, la pianura che si stende nel basso corso del fiume. È una terra ricca di acque e nello stesso tempo non eccessivamente compatta, facilmente lavorabile con modeste attrezzature: ancora non si conosce l'uso del ferro, al massimo il rame e il bronzo, oltre ai metalli preziosi.

Due sono le città che caratterizzano questa civiltà. Nel Punjab sorge la città di Harappa (da Hara, cioè Shiva); nel Sind prospera Mohenjo-daro (Tumulo della morte). Gli scavi effettuati in questa città sono stati condotti in modo irrazionale, rendendo difficile la datazione degli strati e dei reperti: vasi, statuette, perle, sigilli. Questi ultimi, singolarmente belli, attirano subito l'attenzione degli archeologi. Sono formati da quadratini di steatite incisi con immagini di animali (tori, tigri, rinoceronti, elefanti, bufali) o di persone, o con scene composite. In alcuni sigilli compaiono dei pittogrammi, finora indecifrati. La direzione della scrittura è da destra verso sinistra.

L'esistenza di magazzini sugli argini del fiume in almeno 70 città fra quante si stanno scavando, insieme

Sigilli in steatite della valle dell'Indo (2500-1500 a.C.).

alle menzioni nelle tavolette di Ur e al rinvenimento di sigilli simili a quelli della valle dell'Indo nella stessa Ur, ma anche a Lagash, a Kish e perfino in Siria, conferma ampi scambi commerciali con la Mesopotamia, specie fra il 2300 e il 1700 a.C. Sulle ardue rotte che dalle foci dell'Indo conducono alla Mesopotamia sorgono vari scali, il più citato dei quali è Tilmun, identificabile forse nell'isola di Bahrein. L'esportazione verso la Mesopotamia riguarda certamente le pietre preziose che giungono nelle città dell'Indo sia dalle zone montuose del Tibet e dell'Afghanistan, sia dall'India meridionale (Malabar); inoltre, si esportano rame, legno pregiato, scimmie, avorio, piume di pavone e, soprattutto, grano e cotone. Si comincia infatti a tessere il cotone e a farne stoffe intorno al 2000 a.C.

La civiltà dell'Indo cessa bruscamente verso il 1700. Si è pensato per lungo tempo a un'invasione devastante, attribuita agli Arii. Ricerche recenti fanno pensare invece all'azione concomitante di più calamità naturali. Probabilmente una serie di terremoti di estrema violenza provoca non solo il crollo degli edifici, ma anche delle dighe e delle opere di regolazione del flusso delle acque; immense e violente inondazioni completano, con ogni probabilità, la distruzione.

2. *Gli Indoeuropei*

Con il termine Indoeuropei sono designati alcuni popoli che hanno, alle origini, patria e lingua comuni. La patria è situata nelle regioni fra il Mar Nero ed il Mar Caspio. Il ceppo linguistico, detto indoeuropeo, è quello che sta alla radice dei linguaggi italici, greci, germanici, celtici, iranici, indoarii (fra cui l'hindi). A seguito di eventi naturali sfavorevoli o forse per il sopraggiungere di altri popoli, intorno al 2000 a.C. gli Indoeuropei lasciano la loro terra d'origine e si spingono verso ovest e verso sud-est con tutte le loro cose e il loro bestiame. Vivono da nomadi, non conoscono la scrittura, né sono esperti nelle tecniche e nelle arti che caratterizzano una civiltà. Sono armati con asce di bronzo, lunghi archi e frecce. Usano i cavalli come cavalcatura e come animali da tiro. I gruppi diretti a sud-est si stanziano in parte in Iran (terra degli Arii); altri, verso il 1500 a.C., valicano i passi afghani e si riversano lentamente nella grande valle dell'Indo fino a giungere verso il 1000 a.C. nella piana gangetica, imponendo ovunque la loro lingua, il sanscrito.

I linguisti hanno individuato due grandi gruppi di lingue indoeuropee: quello occidentale (in Europa) è identificato con la parola *Centum* (Kentum); quello orientale con la parola avestica *Satem* (in India: Sata); la caratterizzazione è dovuta alle due diverse forme

assunte dal suono iniziale della parola che indica Cento. Ovviamente, il momento dell'identità non è limitato a tali parole; riguarda tutto il vocabolario, e anche la sintassi. Per esempio, non sfugge la somiglianza fra *Regem* e *Rajan* (re) oppure fra *Vir* e *Vira* (uomo valoroso).

3. *Potere religioso e nuove religioni*

Il potere religioso, in mano ai brahmani, controlla anche l'attività dei re. Si diffondono le idee di inferno e di cielo e la pratica della cremazione. La benevolenza degli dei si acquisisce con sacrifici tanto costosi (anche intere greggi) e protratti nel tempo, quanto inefficaci. Ciò provoca riflessioni. I saggi, con i loro allievi, si ritirano nelle foreste (700 a.C.) per elaborare teorie religiose adeguate alle nuove realtà. Fra questi saggi va annoverato Siddhartha Gautama detto il Buddha ("risvegliato"), nato a Kapilavastu nel 563 a.C. È un principe della tribù Sakya che, come molte altre stanziate ai piedi dell'Himalaya, rientra nell'orbita politica dei dominatori arii; il versamento di un cospicuo tributo garantisce alla tribù una certa autonomia. Giunto all'età di 30 anni, disgustato dagli intrighi e dalle follie della vita di corte, il principe Siddhartha abbandona ogni agio e si fa eremita nelle foreste del Kosala e del Magadha, sotto la protezione del re Bimbisara; muore nel 480 a.C.

Un altro principe, Vardhamana Mahavira (540-468 a.C.), nato presso Patna, intorno ai trent'anni abbandona la vita di corte e per 10 anni aderisce a una setta di asceti nudisti. Alla morte del maestro fonda la setta dei Jaina, che persegue l'autocontrollo, l'autotortura e la morte per fame, unico modo per liberare l'anima dalla trappola della materia. Decide di morire di inedia e dopo tredici anni di tentativi ci riesce. I jainisti fanno voto di non violenza; i più rigorosi vanno in gi-

ro con maschere che coprono la bocca e il naso per evitare di provocare la morte di eventuali microrganismi inalati; per lo stesso motivo spolverano le superfici prima di sedersi. Si forma una comunità monastica, coadiuvata da una comunità laica. I laici, per il timore di cagionare la morte di qualsiasi essere, si rifiutano di praticare l'agricoltura e scelgono di dedicarsi, con successo, al commercio e all'attività bancaria. Ancora oggi i jainisti gestiscono le più importanti attività mercantili dell'India.

4. *Dario e Alessandro*

La fama delle ricchezze della regione indiana finisce per attirare l'attenzione dei sovrani persiani. Nel 518 la valle dell'Indo diviene una satrapia dell'impero persiano di Dario, e come tale è costretta a fornire soldati e a versare un tributo annuo: 360 talenti in polvere d'oro, cioè varie decine di miliardi di lire.

Due secoli dopo è la volta di Alessandro Magno. Battuto Poro, l'unico rajan che ha il coraggio di contrastarlo, Alessandro avanza attraverso il Punjab fino al fiume Hyphasis (Beas). Quando tutto è pronto per passare nella valle del Gange, le diserzioni e le ribellioni lo inducono a rinunciare.

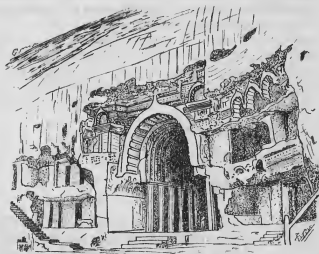
5. *Dalle carneficine al pacifismo*

Fra i principi indiani che si sottomettono ad Alessandro o collaborano con lui vi è Sandracotto, ovvero Chandragupta, che spodesta il re del Magadha e fonda la dinastia dei Maurya. Consolidato il potere nella piana del Gange, egli sottrae la valle dell'Indo e il Punjab a Seleuco I Nicatore, il successore di Alessandro in Persia. Aiutato da un machiavellico primo ministro di nome Kautilya, Chandragupta organizza lo stato in

modo da assicurarsi entrate rilevanti e costanti. Nel 301 Chandragupta abdica, si fa monaco jainista e va a morire di inedia nell'India meridionale. Il figlio Bindusara inizia la conquista dell'India centrale. Asoka, che regna dopo di lui dal 269 al 232, amplia il regno fin quasi all'estremità meridionale dell'India, senza risparmiare carneficine, specie per la conquista del Kalinga (Orissa): 100.000 decapitati, 150.000 deportati, senza contare i morti in combattimento. A questo punto si converte al pacifismo e alla non violenza, secondo la predicazione buddhista.

I Maurya mantengono buone relazioni con gli stati vicini e con l'Occidente. Infatti, nella capitale Pataliputra sono accreditati anche gli ambasciatori dei Greci (Megastene e Dimaco di Platea) e dei Tolomei d'Egitto (Dioniso).

Dopo la conversione al buddhismo, Asoka percorre l'impero in lungo e in largo; per agevolare gli scambi e le comunicazioni fa piantare alberi lungo le strade principali, scavare pozzi e costruire alberghi. Fa costruire almeno 84.000 *stupa*, i *chaitya* e i *vihara*. Lo stupa è una costruzione sacra emisferica adibita alla conservazione delle reliquie. Il chaitya è un'ampia sala dedicata al culto, scavata direttamente nella roccia delle montagne. Al centro della sala è collocato uno stupa. Ogni chaitya è un imponente santuario rupestre. I vihara sono anch'essi scavati nella roccia: sono i luoghi dove vivono e studiano i monaci. Nel Magadha vi sono migliaia di queste "grotte", cosicché la regione viene chiamata *Terra dei vihara*, da cui deriva l'odierno nome Bihar.

Analogamente ai sovrani persiani, Asoka fa scolpire i suoi editti su almeno 18 rupi e su 30 colonne di arenaria. Fra l'altro vi si dice che egli prova rimorso per le passate carneficine e che si propone di "governare per mezzo della legge, amministrare secondo la legge, ricompensare i miei sudditi sotto l'egida della legge, e proteggere attraverso la legge" (14a).

Due stupa a Sanchi (2° sec. a.C.). Grotta di Bhaja presso Bombay (1° sec. a.C. - 1° sec. d.C.).

6. *Gli antichi numerali*

Gli editti di Asoka costituiscono i più antichi reperti di scrittura indiana; sono redatti quasi tutti in alfabeto brahmi, la cui decifrazione risale al 1837. Si tratta di una scrittura sillabica che annota con segni specifici le vocali, quando formano sillaba a sé, e prevede un segno che si aggiunge alla consonante quando la sillaba è costituita da una consonante più una vocale

In breve, i nostri organi percettivi ottici e tattili, come quelli di moltissimi animali, giungono a costituire il percepito scartando l'aria. Nella vista, perché trasparente, e l'occhio si ferma sull'opaco, e nel tatto perché molle e fendibile, e la mano si ferma sul duro e resistente. Poiché l'aria scartata è sempre la stessa, sarà eguale per dimensioni e forma anche ciò che resta, cioè l'oggetto percepito. Soltanto, esso è lontano dal corpo nella vista, ed è a contatto nel tatto. Certo, dev'essere stato difficile non credere che la cosa lontana, trovata eguale a contatto, non preesistesse di per sé siffatta alla vista, e si dovesse portare a noi per esserci presente, cioè per divenire un contenuto mentale. Tanto più che le cose osservative fisiche di solito hanno una persistenza più lunga che il mezzo secondo richiesto da una percezione. Tanto più che gli organi e funzionamenti del sistema nervoso sia centrale che periferico non si vedono ad occhio nudo e, non essendo accompagnati da fatica e sforzi ed essendo resi rapidi dall'uso frequentissimo, sfuggono all'attenzione.

Sì, la trappola più tragica e comica che il pensiero abbia potuto tendersi.

La prova che le cose stiano così si ha osservando che cosa accada quando la situazione sia eccezionalmente mutata: quando la trasparenza sia per esempio quella del vetro, dura, e l'opacità sia per esempio quella della nebbia, nuvola, fumo, molli. Sulla lastra si va a sbattere; e la mosca insiste per ore e ore sul vetro della finestra cercando di attraversarla; così come abbiamo l'impressione di urtare contro la "parete", il "muro" di nebbia, o dall'aereo di poter camminare sulle nuvole sottostanti.

L'inganno si rinsaldò per l'uso incauto ed irriducibilmente metaforico di una parola, parola fra l'altro insopprimibile nel vivere corrente, in quanto indica che una cosa si può fare in quanto è già stata fatta e se ne ha il ricordo: la parola "conoscere". Si conosce Parigi dove si è abitato, il francese che si è studiato, il

diversa dalla "a breve". Alcuni editti trovati nelle zone di confine con l'Iran sono redatti in kharoshti, che si legge da destra verso sinistra. La kharoshti è una variante della scrittura aramaica, diffusa nel Medio Oriente dall'Egitto all'Iran. In tempi successivi, la scrittura brahmi è sostituita dalla devanagari (della città degli dei) usata dalla letteratura sanscrita e dall'hindi, attuale lingua nazionale dell'India. L'alfabeto devanagari è formato da ben 51 segni e la scrittura procede verso destra.

1	EKA	6	SAT, SAST
2	DVI, DVA	7	SAPTA
3	TRI	8	ASTA
4	CATUR, CATVAR	9	NAVA
5	PANCA	10	DACA

Nome sanscrito dei numeri da 1 a 10

Parliamo ora dei primi segni numerali indiani. Le iscrizioni indiane più antiche non sono anteriori al III sec. a.C., e inoltre sono scarse, perché si usa scrivere su materiale facilmente deperibile come tavolette di legno o foglie di palma. I pochi segni numerali attualmente noti provengono dagli editti di Asoka (III sec. a.C.) e dalle "grotte" di Nana Ghat (II sec. a.C.) e di Nasik (II sec. d.C.). Nei tempi antichi si usano le numerazioni a trattini, come è attestato per i numeri 1, 2 e 3; non vi è traccia del principio posizionale. In questo caso è corretto ipotizzare l'origine indiana di tali cifre, in quanto altri popoli hanno usato sistemi analoghi. Tuttavia, sono state individuate delle somiglianze con i segni ieratici egizi, per i numeri fino a 9; anche questa ipotesi è resa verosimile dalle vicende che vedono la valle dell'Indo e l'Egitto far parte del-

l'impero persiano, e dal ruolo di mediazione culturale svolto dagli Aramei. Alcuni studiosi sostengono l'origine acrofonica degli antichi segni numerali indiani: sarebbero state usate le lettere iniziali dei nomi dei numeri redatti in alfabeto kharoshti; ciò è verosimile e spiegherebbe la coesistenza di trattini e di numeri-lettera, come nel sistema erodianico greco, usato fino al I sec. a.C. Tuttavia, i numeri presenti nelle iscrizioni kharoshti non assomigliano alle lettere dell'alfabeto.

L'uso di un sistema misto di numerazione si fa risalire agli Aramei. A prescindere dalla loro preferenza per la scrittura dei numeri a tutte lettere, essi indicano le prime nove unità con trattini verticali, ripartiti a gruppi di tre. I reperti più antichi risalgono all'VIII sec. a.C.

1	I	10		100	
2	II	20		500	
3	III	30		900	
4	I III	40		← - - - - - -	
5	II III	50		1000	
6	III III	60		3000	
7	I III III	70		5000	
8	II III III	80		← - - - - - -	
9	III III III	90		10.000	

Cifre semitiche aramaiche.

Altri popoli della stessa area (Nabatei, Palmireni) agli inizi dell'era volgare inventano segni speciali per il 5; i Nabatei, inoltre, rappresentano il 4 con una crocetta (× oppure +) che si ritrova pure negli editti di Asoka. Le decine aramaiche vengono rappresentate con trattini arcuati orizzontali, possibilmente a cop-

pie. Per le centinaia e le migliaia il principio additivo viene sostituito con quello moltiplicativo. Per indicare 500 si tracciano 5 trattini verticali seguiti dal simbolo del centinaio, da destra verso sinistra. Lo stesso principio è adottato nelle iscrizioni etiopiche, con le varianti dovute alla direzione di scrittura verso destra e all'uso delle lettere numerali derivate dall'alfabeto greco.

	4	5	10
FENICI	I III	II III	¬ ɔ
NABATEI	x IW	ʖ	¬ ɔ
ATREI	IIII	>	¬
PALMIRENI	IIII	y	¬

Alcune cifre di altri popoli semiti.

Sulla base del modello dell'alfabeto numerale greco si ipotizza un uso analogo dell'alfabeto brahmi, del quale poi sarebbero state usate esclusivamente le prime nove lettere. Anche questa ipotesi è accettabile, considerato che altri popoli, fra cui gli Arabi e gli Ebrei, usano le lettere-numero.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
INIZIALI KAROSHTI	Eka	Dua	Tri	Ұ =K Catur	ɲ =P Panca	ɸ = Ş Şast	ʔ =S Sapta	ђ =AS Asta	ҁ = N Nava	
EDITTI ASOKA	I	II		+		ɸ ɸ				
GROTTE NANA GHAT	–	=		Ұ Ұ		ɸ	ʔ		?	

GROTTE NASIK									
ISCRIZ KUSHANA									
ISCRIZ. GUPTA									

	10	20	30	40	50	60	70	80	90
EDITTI ASOKA									
GROTTE NANA GHAT									
GROTTE NASIK									
ISCRIZ. KUSHANA									
ISCRIZ. GUPTA									

	100	200	300	400
NANA GHAT				
NASIK				

	1000	2000	3000	4000	6000
NANA GHAT					
NASIK					

	10.000	20.000	70.000
NANA GHAT			
NASIK			

Antiche cifre indiane.

7. *Merci, denaro e idee*

Nel corso degli ultimi due secoli prima dell'era cristiana, l'India perde la sua unità politica con lo smembramento dell'impero dei Maurya. Il fatto rilevante è che nelle regioni del Nord-ovest si formano dei regni greci. Già nel 250 a.C. la Battriana (nell'Afghanistan settentrionale) si è resa indipendente dal regno seleucide. Dopo il 200 a.C. estende il suo territorio conquistando l'alta valle dell'Indo e il Punjab. Questo regno decade intorno al 150 a.C. Ci sono stati tramandati i nomi dei re greci: Eutidemo, Demetrio e Menandro. Sotto questi sovrani ha inizio un periodo di feconda assimilazione, nel buddhismo, di una molteplicità di culti e di divinità. Intorno al 175 a.C. la Battriana si svincola dal regno di Menandro, si estende a sud fino al mare e verso l'alto Pakistan (Taxila), dando origine al regno del Gandhara, sotto Eucratide e i suoi successori. Intorno al 50 a.C. questo regno deve soccombere agli Sciti e ai Parti. Il Gandhara, con la sua collocazione in un punto nodale per le comunicazioni fra il Medio Oriente, l'India e la Cina, dà un enorme contributo agli scambi culturali fra l'Oriente e l'Occidente, in particolare nella medicina, nell'astronomia e nell'astrologia. Il tutto è sostenuto da un traffico commerciale dalle dimensioni imponenti. Anche l'arte buddhista subisce una profonda trasformazione, contemperandosi con i modi e le forme greche: è denominata "arte del Gandhara". Neanche la religione resta estranea a questo clima di fervidi scambi: sarebbe troppo lungo enumerare le molte affinità tra il messaggio buddhista e quello cristiano.

L'espansione dell'impero cinese, iniziata nel II sec. a.C., provoca la migrazione di interi popoli. Oltre ai Parti e agli Sciti (Shaka), giungono a ondate successive i Pahlava e i Kushana. Si è ormai nell'era volgare. Il regno dei Kushana (50-240 d.C.), con capitale a Peshawar, comprende l'Afghanistan, il Pakistan e la val-

lata del Gange fino a Varanasi. I commerci con Roma e con la Cina conoscono uno sviluppo senza precedenti, data la grande richiesta di prodotti indiani. Moneta pregiata affluisce in India apportando enorme ricchezza. Vengono coniate monete d'oro dello stesso peso del *denarius* romano, e questo dimostra quanto siano stretti e curati i rapporti commerciali fra l'India e l'Occidente. Le fonti letterarie *tamil* parlano esplicitamente del vino "dal profumo soave, portato dai buoni vascelli degli Yavana [Occidentali]... Le belle navi che giungono cariche d'oro e partono stivate di pepe" (6b). I commerci con Roma diminuiscono dopo il III sec. Contemporaneamente crescono i rapporti commerciali con il Sud-est: Malacca, Sumatra, Giava, Bali e Vietnam; da questi paesi le merci proseguono per la Cina; per le stesse vie giungono in India sete, oli pregiati e ambra. È attivo anche il commercio terrestre attraverso la solita via carovaniera afghana, ma è meno conveniente. Insieme alle merci, l'India esporta nel Sud-est anche la religione buddhista e la lingua sanscrita.

Dal 320 si assiste all'espansione del regno dei Gupta, sia con le guerre, sia con la politica dei matrimoni, sia con l'assoggettamento a tributo di un certo numero di principi. Il regno Gupta subisce un progressivo ridimensionamento a cominciare dal 430, in seguito alle invasioni degli Unni e al formarsi di vari regni.

Nonostante il venir meno dell'unità politica, l'India continua a prosperare economicamente e culturalmente. Infatti, il periodo che va dal 320 al 700 viene definito "età classica".

Le ricche corporazioni mercantili ed artigiane, per mecenatismo o per garantirsi la protezione divina, finanziano in questo periodo la costruzione di grandi e magnifici santuari rupestri e si impegnano a mantenere i monaci. Sono famose le "grotte" di Ajanta, di Ellora, di Karli (presso Poona), di Nasik, ecc., abbellite da sculture e da affreschi. I ventisette santuari-grotta

di Ajanta occupano l'intero fianco di una montagna; ad Ellora vi sono 34 "grotte". Queste e quelle sono realizzate fra il V e l'VIII secolo.

Lo studio della medicina e dell'astronomia riceve grande impulso fin dal tempo dei regni greco-battriani; ma l'interesse per le proprietà medicamentose delle erbe è attestato già intorno al 1000 a.C.; la più antica opera di medicina pervenutaci risale solo al II sec. a.C. Anche l'astronomia ha origini molto antiche. Vige un calendario basato sui cicli lunari, con mesi di 30 giorni. Per ristabilire la concordanza con l'anno solare, ogni 30 mesi viene aggiunto un mese "bisestile". I contatti con il mondo occidentale inducono gli Indiani ad adottare il calendario solare, la settimana e lo zodiaco.

Nel 711 d.C. iniziano le devastanti incursioni degli Arabi.

8. *La numerazione indiana*

Dopo i segni numerali degli editti di Asoka vengono quelli, in parte diversi, individuati nelle iscrizioni delle "grotte" di Nana Ghat e di Nasik, e in iscrizioni di vario genere commissionate dai sovrani. Il materiale usato, le lingue e gli stili danno origine a cifre molto diversificate. L'elemento costante, insieme alla base 10, è che ognuna delle 9 unità e delle 9 decine ha un suo segno specifico; i numeri si formano giustapponendo i simboli occorrenti. Per le centinaia e le migliaia si adotta invece il principio moltiplicativo, usando il segno dell'unità affiancato dal simbolo del 100 o del 1000. Il numero viene scritto come facciamo noi, con i valori più alti a sinistra e quelli più bassi a destra. La lettura del numero, invece, procede da destra verso sinistra. Il numero 3968 viene letto "otto sessanta novecento tremila", oppure "otto sei nove tre". Quest'ultima forma di lettura del numero, ormai

consueta nel V sec. d.C., dimostra il consolidamento del principio di posizione. Non essendo ancora usato lo zero, l'eventuale mancanza di unità in qualche ordine probabilmente costringe a ripiegare sull'altro procedimento.

9. *Il posto vuoto*

Tutti gli studiosi sono concordi nel ritenere che il concetto di zero abbia origine dal calcolo sull'abaco. In origine l'abaco è una tavoletta cosparsa di polvere finissima, o di cera, oppure niente di tutto questo: si può infatti anche operare direttamente per terra. Gli Arabi occidentali danno alle cifre un nome significativo: *haruf al gubar*, cioè "cifre da polvere". La superficie dell'abaco viene divisa in colonne e ad ognuna si attribuisce un valore secondo le potenze crescenti di 10, da destra verso sinistra. Per rappresentare un numero si possono usare i sassolini, oppure tracciare sulla sabbia le cifre occorrenti, collocandole nella colonna delle unità, delle decine, ecc., secondo il loro valore di posizione. Se manca la cifra di un ordine, la colonna resta vuota. Questa situazione viene designata dagli Indiani con il termine *sunya*, che vuol dire "vuoto". Si usano anche altri termini equivalenti, ma più poetici: *kha* (cielo), *gagana* (spazio), *ambara* (atmosfera), ecc. Quando dall'abaco si passa a scrivere il numero su "carta", lo spazio vuoto può dare adito a confusione. Pertanto, ogni spazio vuoto viene indicato con un puntino (*bindu*), che gli Arabi orientali usano ancora per lo zero. In alternativa, si riproduce sul foglio la griglia dell'abaco, inserendo le cifre al posto giusto e lasciando vuote le colonne che sono tali anche sull'abaco.

Le testimonianze più antiche sull'uso dello zero e sul principio di posizione risalgono alla fine del VII secolo e sono contenute in iscrizioni rinvenute in va-

rie parti del Sud-est asiatico: si tratta per lo più di date relative ai fatti per i quali l'iscrizione è stata redatta. Le indicazioni numeriche possono essere espresse in tre modi diversi: 1) a tutte lettere, usando il nome sanscrito dei numeri; 2) a cifre, secondo le grafie locali; 3) con il sistema degli astronomi.

Date riportate in iscrizioni dell'era Saka.

Il terzo sistema merita una breve descrizione. Per rimediare all'estrema deperibilità del materiale scrittorio, gli astronomi escogitano un artificio mnemotecnico consistente nel mettere in versi le indicazioni numeriche, al fine di ricordarle più facilmente.

Anche noi, del resto, ricorriamo a piccoli espedienti per ricordare un numero di telefono, oppure qualche numero speciale, come i valori di Pi greco oltre la seconda cifra decimale. I Francesi hanno inventato appositamente una poesia in cui il numero delle lettere contenute in ogni parola corrisponde alla successione delle cifre: "Que j'aime à faire apprendre/un nombre utile aux sages/immortel Archimède...", cioè 3,141592653589... In Italia, invece, si recita "Ave o Roma...".

Gli astronomi indiani operano in un modo un po' diverso. Ad ogni numero associano delle parole che hanno il potere di evocarlo immediatamente. Per lo zero si è già visto. Il numero 1 viene associato a Terra, Luna, Forma, e ad ogni altra cosa "unica". Il nu-

mero 2 è rievocato con termini come occhi, braccia... Il 5 trova la sua espressione nei sensi, nei 5 volti di Shiva... La mitologia, la religione, tutta la realtà, dunque, concorrono a fornire un repertorio pressoché illimitato per la versificazione.

CAMBOGIA KHADVISARA
cielo — due — frecce di Kama
0 — 2 — 5 → 520 (598 D.C.)

VIETNAM ANANDAMVARASATSATA
Nanda — spazio — sei-cento
9 — 0 — 600 → 609 (687 D.C.)

Lo "zero" in date dell'era Saka, redatte secondo il sistema degli astronomi.

Nella "versificazione" del numero 609 si nota una incongruenza: la menzione relativa allo zero rende superflua in 600 (*satsata*) la specificazione *sata*, cioè "cento". Può darsi che si tratti di una svista di chi ha redatto il testo, ma certo è un esempio significativo della transizione dalla vecchia numerazione a quella nuova, strettamente posizionale.

Nell'esempio tratto da Baskara è importante notare, oltre alla duplice indicazione in parole e in cifre, la dicitura che specifica "nelle nove cifre". Ciò vuol dire che lo zero viene considerato *diverso* rispetto alle nove cifre significative.

Infine, a confermare l'affermazione definitiva del sistema di posizione e dell'uso dello zero, sono da nominare due iscrizioni scoperte in un tempio sacro a Visnù, nei pressi di Gwalior. La prima consiste di un brano in versi numerati da 1 a 26; la seconda contiene

tennis giocato, il signor Guglielmi vicino di casa, ecc. Ora però essa viene adoperata per indicare l'impossibile trasferimento della cosa dall'esterno all'interno della testa ed il suo diventare, da incognita, cognita.

Poco male se si trattasse solo dell'errore semantico, ma s'instaura una spirale invischiante e traditrice. Di ogni cosa si può dire che essa si conosce o no. Ma allora, se il conoscere comporta l'esistenza della cosa fisica esterna, ogni cosa conosciuta diventerà qualcosa di fisico esterno o di derivato da esso tenendone e scartandone certe parti, cioè con l'"estrazione-astrazione". Impossibile procedere senza un criterio. Ma che altro permetteva l'errore compiuto? E ciò che si doveva ottenere, era proprio contenuto nell'osservato od invece vi era aggiunto, di altra provenienza?! Come rispondere?

Se poi l'illusione sembra avere un certo sostegno quando la cosa nominata è un osservato, l'albero, la casa, come lo potrebbe nel caso del tempo e dello spazio, del numero, del punto, della causa e dell'effetto, del tutto e del niente? Comunque la trascendenza, cioè l'esistenza di qualcosa di esterno e di dato all'uomo prima di essere suo contenuto mentale, si diffuse, assieme al panconoscitivismo e al panfisicalismo.

Ma se certi contenuti mentali non solo non avessero alcuna provenienza dall'esterno, ed in effetti nessuno l'ha, avvenendo la collocazione spaziale e temporale dopo e non prima della loro presenza, e neppure inglobassero alcun apporto del sistema nervoso periferico, essendo il risultato del solo sistema centrale? Perché, appunto, sono tali decine e centinaia di questi costrutti puramente mentali: soggetto ed oggetto, inizio e fine, singolare e plurale, causa ed effetto, parte, resto e tutto, tempo e spazio, prima e dopo, "e", "o", "di", "a", "per", niente, qualcosa, ecc. E nessuno penserà che in essi si trovi necessariamente un sapore, un odore, un colore, ecc. E si dovrà anche ammettere che essi si trovano adoperati con parole che li designa-

i dati numerici relativi a una donazione. Le due iscrizioni sono state redatte nel 932 e nel 933 dell'era Vikrama, corrispondenti agli anni 875 e 876 d.C.

KHA CATUSKA RADA ARNAVAS (DAL SURYASIDDHANTA)
vuoto-quattro volte denti oceano
0000 32 4 4.320.000

SUNYAMBARODADHIVIYADAGNIYAMAKASASARASARADRISUNYENDURAS·
0 0 4 0 3 2 0 5 5 7 0 1 6

AMBARANGANKADRISVARENDU ANKAIR API 1779606107550230400
0 6 9 7 7 1 (nelle nove cifre)

(DA BASKARA)

I numeri secondo il sistema degli astronomi indiani.

1	2	3	4	5	6	7

8	9	10	11	12	20

50	187	270	933

Numeri tratti dalle iscrizioni delle "grotte" di Gwalior (875-876 d.C.).

La diffusione del nuovo sistema indiano è iniziata già due-tre secoli prima di queste date. Vi sono testimonianze precise in proposito.

In seguito alla chiusura delle scuole filosofiche di Atene, un gruppo di studiosi greci si trasferisce in Mesopotamia e vi fonda delle scuole. Probabilmente, essi attribuiscono ogni merito ai pensatori connazionali. Ciò provoca la reazione sdegnata dell'abate Severo Seboct, matematico e astronomo. Questi ricorda loro, per iscritto, che i Greci hanno imparato l'astronomia proprio dai Caldei (Babilonesi), e che in astronomia e in matematica le scoperte più acute sono dovute agli Indiani; così accenna ai loro metodi di calcolo con "nove cifre". È l'anno 662 d.C. Alcuni studiosi si appigliano alla menzione "nove cifre" per negare che gli Indiani conoscano già da allora l'uso dello zero. Invece si è visto che anche Baskara parla di nove cifre, pur usando abbondantemente lo zero. Anche gli autori arabi riconoscono agli Indiani il merito dell'invenzione delle cifre. In un manualetto del 1667 si parla di "diece caratteri differenti l'uno dal altro quali sono 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. delli quali li primi 9 sono significativi, ed decimo cioè il 0. per se niente significa" (15a). Leonardo Fibonacci, nel *Liber Abbaci*, parla di nove figure e dello zero. Risulta evidente il diverso modo di considerare le nove cifre e lo zero; perciò non si può sostenere che il Seboct ignori quest'ultimo: semplicemente non lo considera una cifra alla stregua delle altre.

Un'altra autorevole testimonianza circa l'antichità e la diffusione delle cifre indiane proviene dalla Cina. Se ne parla in una grande opera di astronomia pubblicata nel 718 d.C.: "Allorché l'una o l'altra delle nove cifre raggiunge la decina, viene iscritta in una colonna spostata più avanti e ogni volta che in una colonna appare uno spazio vuoto, viene messo un punto per simbolizzarlo" (4b).

Un dotto israelita di origine spagnola, vissuto nel

XII secolo, dopo aver compiuto un viaggio in Medio Oriente e in Italia scrive un libro sui metodi di calcolo indiano. Invece di adottare la grafia delle cifre indiane preferisce mantenere il valore numerico delle prime nove lettere del proprio alfabeto; per lo zero, aggiunge un simbolo che chiama "la ruota".

In un testo cinese del 1355, infine, figura una moltiplicazione in colonna (esattamente come facciamo noi) in cui compare lo zero sotto forma di cerchietto, mentre le altre nove cifre mantengono la tradizionale grafia cinese.

10. *Applicazioni matematiche*

Le più antiche acquisizioni nel campo della matematica indiana sono contenute nel *Sulvasutra* o *Libro della corda*. Da questo titolo si può desumere che anche in India operano i tenditori di corde. Il libro è redatto in versi e ne esistono tre versioni. La redazione originaria di una di esse risale probabilmente alla metà del I millennio a.C.: contiene le regole per la formazione di angoli retti con l'uso di tre cordicelle, in rapporto fra loro secondo le terne pitagoriche. Si ritiene che alcuni dei problemi presentati risalgano al 2000 a.C.

Con la rinascita della cultura indiana, sotto la dinastia Gupta, vengono composte varie opere di astronomia note con il nome di *Siddhanta* (Sistemi). Il *Paulisha Siddhanta* (380 d.C.) sembra sia stato tratto dalle dottrine dell'astronomo Paolo, alessandrino. Si ritiene infatti che l'astronomia indiana derivi in misura notevole da quella greca. Una conferma indiretta verrebbe dal fatto che nel Paulisha il valore attribuito a Pi greco è 3,1416..., come in Tolomeo. I Siddhanta sono da ricordare perché introducono per la prima volta in geometria la funzione "seno" di un angolo.

Il matematico Aryabhata scrive nel 499 un volu-

metto intitolato *Aryabhatyia*, in versi: si tratta di un compendio di regole matematiche e astronomiche, in parte inesatte, mancando anche, completamente, le dimostrazioni. L'*Aryabhatyia* è importante perché vi si accenna per la prima volta al principio della numerazione decimale posizionale, in base al quale una stessa cifra, spostata di una posizione verso sinistra, viene moltiplicata per dieci.

Brahmagupta, un matematico indiano del VII secolo, si presenta sotto due aspetti. Per un verso, appare molto superficiale nelle misurazioni, fino a dare due valori per Pi greco: il valore pratico 3 e quello netto corrispondente alla radice quadrata di 10 (3,1622...), ambedue largamente imprecisi. Al contrario, in algebra ottiene risultati soddisfacenti, cimentandosi in equazioni di secondo grado includenti radici anche negative; affronta il problema della divisione per zero e sviluppa l'analisi indeterminata; si occupa sia dei numeri positivi sia di quelli negativi, che presso gli Indiani sono paragonati rispettivamente ai crediti e ai debiti.

Brahmagupta, pur usando nelle equazioni esempi simili a quelli di Diofanto, riesce certamente ad andare oltre. Resta da sapere se ambedue abbiano attinto a una comune fonte babilonese, oppure se l'opera dell'alessandrino sia nota a Brahmagupta. L'algebra di quest'ultimo è anch'essa *sincopata*: due numeri da addizionare vengono semplicemente accostati; nella sottrazione, un punto serve a marcare il sottraendo; per indicare la divisione si pone il divisore al di sotto del dividendo, ma senza il tratto di frazione; per la moltiplicazione, per la radice quadrata e per le incognite si usano parole abbreviate.

VIII. DAGLI ARABI AGLI EUROPEI

1. *Arabia antica*

Fin dal tempo dei faraoni, gli Arabi esportano incenso e mirra in Egitto e al nord. Successivamente, ponendosi come intermediari fra India e Roma, gestiscono il commercio delle perle del Golfo Persico, delle spade e dei tessuti indiani, dell'avorio, della seta, degli schiavi neri, ecc. Inoltre, dispongono di giacimenti d'oro purissimo. La parte meridionale della penisola araba è nota anche come il "Paese dei castelli": si narra di un castello, costruito nel I sec. d.C., formato da 20 piani, ognuno dei quali è alto 20 cubiti: circa 200 metri.

Tolomeo II riapre il Canale di Dario, che congiunge il Nilo al Mar Rosso. Gli armatori alessandrini cominciano a fare concorrenza alle carovane e instaurano contatti diretti con l'India. Il navigatore Hippalus opportunamente scopre che i viaggi di andata e di ritorno possono essere agevolati dalla periodicità dei venti stagionali, i monsoni. Dopo la conquista romana dell'Egitto, la richiesta di spezie e di merci esotiche cresce, e i prezzi salgono alle stelle; allora i Romani allestiscono un'imponente flotta per i commerci con l'India. Un autore ignoto scrive appositamente un manuale per la navigazione dal Mar Rosso all'India, inti-

tolato *Periplo del Mare Eritreo* (Mare Arabico).

Nel territorio semidesertico che va dal Sinai alla Mesopotamia vivono varie tribù di "Saraceni": Ismailiti, Madianiti, Nabatei... A essi si aggiungono i Ghassanidi e i Lakhmidi, provenienti dallo Yemen. I Nabatei si insediano fra i monti a sud del Mar Morto. Petra è la loro capitale. Trovandosi in un passaggio obbligato per le carovane, fondano la loro prosperità sui pedaggi e sulle razzie. Nel periodo migliore, il regno estende la sua influenza fino a Damasco e a Leuce. I Ghassanidi si stabiliscono a sud-est di Damasco e sul Golan. Divengono cristiani monofisiti e alleati dell'Impero Romano d'Oriente. Adottano la scrittura aramaica. I Lakhmidi piantano le loro tende in una località denominata Al-Hira, che vuol dire "l'accampamento". Abbracciano il cristianesimo nestoriano e si alleano con i Persiani. Sebbene siano meno colti dei vicini Ghassanidi, si deve a loro l'introduzione della scrittura nell'Higiaz, la cui città più importante è La Mecca.

Lungo la via carovaniera che dallo Yemen conduce a Gaza sorgono due importanti città: La Mecca e Yathrib (Medina). La Mecca, per la sua posizione, è un punto di sosta obbligato per tutte le carovane. Il territorio è arido, ma i suoi abitanti, i Coreisciti, sanno ugualmente ricavarne ricchezza. Infatti, hanno la redditizia idea di raccogliervi simboli e feticci delle centinaia di divinità venerate nella penisola. *Mecca* vuol dire appunto "santuario". Il dio tutelare della tribù è Allah, il creatore inaccessibile agli umani.

I beduini, comunque, non si occupano seriamente di cose religiose; si accontentano delle loro credenze animistiche: la Luna è un dio benefico perché porta la rugiada notturna; il Sole invece è una divinità femminile che causa l'aridità; poi c'è una miriade di spiritelli maligni (*Ginn*). In un territorio in cui il deserto è implacabile come la morte, per forza di cose ogni albero, fonte, sorgente, pozzo o caverna appare come la mani-

festazione tangibile di un dio benevolo, ed è un mezzo per comunicare con lui.
Si giunge così al VII secolo d.C.

2. *La sete di bottino*

Alla morte di Maometto (571-632), per sei mesi si compiono varie carneficine, allo scopo di sottomettere le tribù dell'Arabia. Dal 633 cominciano le scorrerie verso nord, est e ovest. In due decenni gli eserciti arabi conquistano la Palestina, la Siria, l'Egitto, la Cirenaica, la Tunisia (Ifriquyah), l'Iraq, l'Iran, l'Afghanistan e il Pakistan. Occupata Cipro, gli Arabi tentano inutilmente per un paio di secoli la conquista di Costantinopoli. Riescono però a farle pagare un pesante tributo per diversi anni. I paesi conquistati con la forza vengono saccheggiati e il bottino è enorme; quelli che si assoggettano spontaneamente devono pagare un tributo. Ebrei e Cristiani sono espulsi dall'Arabia; nei territori conquistati sono invece tollerati, purché paghino. Sono infatti nelle loro mani i commerci e le banche. In più d'una occasione i Cristiani vengono chiamati ai vertici dell'apparato amministrativo.

Prima che sia trascorso un secolo dalla morte di Maometto, gli Arabi consolidano le precedenti conquiste, e occupano vasti territori a est del Mar Caspio (Khorasan, Coresmia o Khuwarizm, Buchara, Samarcanda) fino ai confini con la Cina. A ovest conquistano l'Algeria, il Marocco (Maghreb), la Spagna (fuorché le Asturie e i Paesi Baschi) e la Settimania (Francia meridionale); di qui, spingendosi verso nord, oltrepassano Bordeaux e giungono a Poitiers dove sono respinti dai Franchi; in seguito Carlo Magno conquista la Francia meridionale e scaccia gli Arabi dalla Spagna nord-orientale. Più tardi, le conquiste arabe si estendono alla Cappadocia e alla Sicilia (827-878); nel corso del IX secolo gli Arabi appoggiano i vari prìncipi

dell'Italia meridionale nelle loro guerre, ma compiono anche saccheggi in Puglia, nelle Marche, in Campania, nel Lazio e perfino a ridosso delle mura di Roma: le basiliche di San Pietro e San Paolo. Molti mercenari saraceni combattono agli ordini di prìncipi italiani. Alcune tribù saracene si stanziano lungo il Garigliano. Inoltre, fra il 1224 e il 1226, Federico II trasferisce a Lucera (Puglia) un folto gruppo di Saraceni di Sicilia fomentatori di rivolte. Il dominio arabo in Sicilia è infatti venuto meno nella seconda metà dell'XI secolo, per opera di Roberto il Guiscardo e di Ruggero d'Altavilla.

3. *Il miracolo arabo*

Gli Arabi lasciano ai popoli sottomessi il lavoro agricolo e industriale, preferendo dedicarsi al ben più redditizio commercio. Tuttavia fanno il possibile per incrementare la qualità e la quantità dei prodotti.

Sul piano urbanistico si può ricordare la fondazione di Baghdad (762) sulle rive del Tigri, con l'Eufrate che scorre non molto lontano e con una fitta rete di canali che collega i due fiumi. La città ha pianta circolare, due cerchia di mura alte 27 metri e un fossato. All'interno vi sono la moschea, il palazzo del Califfo, chiamato Porta d'Oro, e le sedi amministrative. All'esterno delle mura si sviluppa un'immensa metropoli con palazzi e giardini bellissimi. La città è attraversata da moltissimi canali; nell'XI secolo per tutelare la salute della popolazione si proibisce di scaricare nel fiume le acque dei bagni pubblici, e si ordina che la lavorazione del pesce si effettui lontano dalla città.

Nell'830 il Califfo Al-Ma'mun fonda a Baghdad la "Casa della Sapienza", nella quale schiere di eruditi traducono e studiano migliaia di opere greche: di filosofia, aritmetica, geometria, geografia, musica, medicina e astronomia. Il lavoro di traduzione però

è cominciato almeno un secolo prima per iniziativa di qualche mecenate. Nel 933, sempre a Baghdad, viene istituita un'Accademia dotata di 10.000 volumi; altre se ne fondano a Shiraz, Isfahan e Rey.

Al Cairo, fondata intorno al 970, le vie principali di giorno sono riparate dal sole per mezzo di enormi tendoni, e di notte sono illuminate. Nel volgere di un secolo, la Biblioteca Reale si arricchisce di 200.000 volumi.

Anche Palermo diviene un attivo centro per la diffusione della cultura: vi sono almeno 300 insegnanti di notevoli capacità. L'attività culturale continua intensa anche dopo la conquista normanna, sebbene i primi sovrani siano analfabeti.

Cordova è un centro di cultura araba molto importante per la rinascita dell'Europa. Questa città della Spagna ha 800.000 abitanti, 600 moschee, 900 bagni pubblici e ben 70 biblioteche. Le strade sono provviste di illuminazione. A Cordova fa capo tutto il mondo finanziario europeo. L'università, la più prestigiosa in quei tempi, è frequentata da studiosi d'ogni fede. La reggia dispone di una biblioteca di 400.000 volumi.

4. *La sete di sapere*

I primi decenni dell'Islam si caratterizzano soprattutto per la sete di bottino. Ma quando si tratta di gestire l'amministrazione del vastissimo impero, gli Arabi si accorgono che le regole della vita tribale non sono sufficienti, e si avvalgono allora di funzionari cristiani, persiani, ecc., profondi conoscitori di sistemi amministrativi collaudati come quello greco-bizantino e quello persiano dei Sassanidi. In effetti, gli atti pubblici dell'impero continuano ad essere redatti in greco e in persiano fino agli inizi dell'VIII secolo.

Nel frattempo, schiere di studiosi provvedono a da-

re regole certe alla lingua araba, redigendo grammatiche e dizionari, e adeguano la scrittura, che assume due forme: il *Cufico* (usato nei testi sacri e nelle iscrizioni monumentali) e il *Naskhi*, più scorrevole (per tutti gli altri scritti e la corrispondenza). A questo punto l'arabo diviene la lingua ufficiale e il veicolo più potente per la diffusione della cultura in tutto l'impero.

Agli inizi, in campo culturale vige però il vuoto, o quasi. Alle scuole d'élite si richiede che insegnino a leggere, a scrivere e, massimo dello snobismo, a nuotare. Si fa sentire l'esigenza di conoscere le maggiori opere dell'antichità, ma esse sono scritte in greco. Pare che il lavoro di traduzione comporti un duplice intervento: i dotti ebrei o cristiani eseguono la traduzione dal greco all'aramaico, poi altri realizzano la versione dall'aramaico in arabo. Le prime traduzioni si hanno intorno al 740 e riguardano gli scritti di Ippocrate e di Galeno. L'opera di traduzione diviene sistematica dopo la fondazione della Casa della Sapienza, abbondantemente finanziata dal Califfo. In tal modo, migliaia di testi greci sono tradotti in arabo. Tradotti a loro volta in latino, pongono le premesse per lo sviluppo della cultura europea. Ma le vie della cultura sono bizzarre: per esempio, l'*Almagesto* di Tolomeo è tradotto in arabo nel 775 e dall'arabo in latino solo nel 1175, a Toledo, per opera di Gerardo da Cremona.

I contatti dell'Europa col mondo arabo seguono molteplici vie, oltre quelle delle incursioni o della stabile occupazione. Sono noti gli amichevoli rapporti diplomatici fra Carlo Magno e il Califfo Harun ar-Rashid: l'analfabetismo del primo e la vasta cultura del secondo la dicono lunga sul divario fra i due imperi. Un altro momento di "incontro" fra i due mondi è rappresentato dalle Crociate. Nelle cronache arabe gli Europei sono descritti come esseri rozzi, o addirittura sciocchi. Le solite "voci" insistono nell'insinuare che

no sia da soli, isolati, sia applicati ad altro. Per esempio, il "singolare" in "alber-o", ed il "plurale" in "alber-i", il "prima" in "prima-vera" ed il "dopo" in "dopo-pranzo", il "tutto" in "toto-calcio", e così via.

Nel suo panconoscitivismo e panfisicalismo il teoretizzante non potrà certo rendersene consapevole e, benché non possa sfuggirgli che sta operando con la sua testa, crederà di fare una cosa mentre ne fa un'altra.

Per sua fortuna, la spontaneità biologica ha operato bene.

La spontaneità biologica, n. 2

L'uomo dispone di un'attività nervosa che si coglie almeno in tre modi. 1) Non solo individuandone l'organo, di cui si pone come funzione, cioè il sistema nervoso, organo e funzionamento, ad opera dell'anatomo-fisiologo, quando è presente come attività fisica; ma anche 2) nelle sue interdipendenze con altre attività, come il circolo del respiro, del sangue, la conduzione cutanea, l'effetto sui muscoli, ecc.; ed infine, primamente, 3) in modo diretto e nominato senza ispezioni guidate, come "attività attenzionale", quando non può essere di tipo osservativo, ma mentale, e finisce direttamente nelle sue designazioni, le parole, così come viene guidata da queste, in seguito all'impegno semantico.

Ecco alcune situazioni ed espressioni che la riguardano e sono comprese immediatamente da chiunque. In questo momento, forse nessuno avvertiva in bocca il sapore dell'ultima cosa ingerita (caffè? spaghetti? coca-cola!), e così il contatto fra polso e cinturino dell'orologio, un certo rumore di fondo, ecc. Ora sì, perché alle papille gustative, ai terminali tattili, è stata rivolta, applicata l'*attenzione*, mentre prima era distratta. Nemmeno ci si accorge del nostro peso sulla sedia,

molti Franchi, trovando la moglie a letto con un altro, neanche si arrabbiano.

Il commercio offre certamente molte occasioni di scambi culturali. Le maggiori città marinare italiane, ad esempio, detengono il monopolio nei rapporti commerciali con i principali porti arabi e bizantini. In ogni porto dispongono di fondachi (depositi) gestiti da addetti che vi risiedono a lungo. Indubbiamente, insieme alle merci viaggiano le persone e le idee. Avicenna, fanciullo, dispone dei migliori maestri in ogni disciplina, ma preferisce imparare l'aritmetica andando da un mercante che usa i metodi indiani. Il padre di Leonardo Pisano o Fibonacci dirige l'ufficio doganale di Bugia (Algeria) per conto dell'Ordine dei mercanti pisani. Conduce il figlio con sé e gli dà un maestro arabo che gli insegna i metodi indiani. Leonardo, a sua volta, viaggiando per tutto il Mediterraneo come mercante, approfondisce la matematica araba. Dopo di che "tornoe a Pisa e rechò i numeri arabichi e l'aritmetica e ne compose un libro" (16a): il *Liber Abbaci* (1202). Quest'opera inizia con la presentazione delle nove figure indiane .987654321. e del segno 0, che gli Arabi chiamano *zephirum*; quindi passa ad illustrare argomenti di algebra che tengono banco per almeno tre secoli.

Nel 773 giunge a Baghdad un dotto indiano esperto in astronomia e in aritmetica, profondo conoscitore del *Siddhanta* e di altri testi. La traduzione di questi libri e dell'*Almagesto* di Tolomeo stimola lo sviluppo dell'astronomia araba, dalla quale abbiamo ereditato molti termini specifici della disciplina. Mohammed ibn Musa al-Khuwarizmi (780-850), cioè "Maometto figlio di Mosè nato in Coresmia", astronomo e matematico, scrive due trattati attraverso i quali la matematica "indiana" si diffonde nel mondo arabo. Uno è pervenuto in traduzione latina col titolo *De numero indorum*; l'altro è intitolato *Hisab al-giabr ua'l-muqabala* (Calcolo dell'integrazione e dell'equazione) ed è

tradotto col titolo *Liber Maumeti filii Moysi Alchoarismi de algebra et almucabala.* Il nome latinizzato del luogo d'origine del matematico arabo indicherà per molti secoli la numerazione indiana e i relativi metodi di calcolo: guarismi, algorismi o algoritmi.

5. *Il passaggio in Occidente*

Le cifre indiane, passando agli Arabi orientali, subiscono delle modifiche per adattarsi alla direzione di scrittura da destra verso sinistra. La stampa è ancora lontana, e pertanto la forma delle lettere e delle cifre subisce evoluzioni derivanti dalla grafia personale del-

A ISCRIZIONI DI GWALIOR, 9° SEC.
B AL-BIRUNI, COPIA DEL 1082
C. CIFRE GHOBAR, 14° SEC.
D. CODEX VIGILANUS, 976
E. APICES, DE RATIONE ABACI, 11° SEC.
F. FIBONACCI, 1202

Passaggio delle cifre indiane agli Arabi ed agli Europei.

l'addetto alla copiatura, o dallo *stile* "ufficiale" del tempo. In effetti, presso gli Arabi occidentali (dalla Tunisia alla Spagna) la grafia delle cifre assume una forma molto diversa. Tali cifre sono acquisite con ulteriori modifiche dalla cristianità, con la mediazione dei centri culturali spagnoli. Il più antico manoscritto europeo che presenta le cifre indo-arabe è il *Codex Vigilanus* (datato 976), conservato nella biblioteca dell'Escorial.

Si ritiene che le cifre arabe si siano diffuse in Europa ancor prima che la pratica del calcolo scritto mutuata dagli Arabi fosse di pubblico dominio. Se ne attribuisce il merito a Gerberto d'Aurillac. Questo monaco, recatosi in Spagna nel 967-970, apprende i metodi di calcolo degli Arabi. Dirige poi la scuola di Reims e l'abbazia di Bobbio; diviene arcivescovo di Reims e di Ravenna e, infine, è papa dal 999 al 1003 col nome di Silvestro II. Gerberto rinnova il metodo del calcolo sull'abaco. I Romani usano mettere tanti sassolini quante sono le unità da rappresentare in ciascuna colonna. Gerberto introduce l'uso di pedine (*apices*) che portano impressa una cifra: invece di 3 sassolini si usa una sola pedina con la scritta "3". Le cifre tracciate sulle pedine assomigliano alle cifre *ghobar* (o *gubar*) e portano nomi strani, dei quali neanche i maestri d'abaco conoscono l'origine:

1 *Igin*	4 *Arbas*	7 *Zenis*
2 *Andras*	5 *Quimas*	8 *Temenias*
3 *Ormis*	6 *Calctis*	9 *Celentis*

Esiste pure un decimo segno, il *Sipos*, che indica lo zero ed è simile a una A inscritta in un cerchio: ai fini del calcolo sull'abaco è del tutto inutile, perché lo zero è indicato dalla colonna vuota. Una volta eseguiti i calcoli sull'abaco, il risultato viene scritto in numeri romani.

La riforma operata da Gerberto per un verso è positiva, perché introduce fra i dotti cristiani le cifre

arabe, ma nello stesso tempo ritarda di qualche secolo l'adozione sistematica della matematica araba. Forse di più non è possibile fare, nemmeno per un papa, in tempi in cui è molto facile finire arrosto per eresia o per collusione col diavolo. I mercanti italiani che operano nel mondo arabo certamente conoscono le nuove cifre e le usano nel segreto della propria corporazione, così come le altre corporazioni coprono col segreto le proprie tecniche. In qualche paese le cifre arabe sono addirittura proibite per diversi secoli.

A proposito dello zero, rimane da dire che gli Arabi, adottandolo, traducono la parola *Sunya* ("vuoto") con la parola araba avente lo stesso significato: *sifr*. Leonardo Pisano invece la traduce con *zephirum* ("vento"). La parola *sifr* diventa "cifra" e, avendo perduto progressivamente il significato originario, attualmente viene usata per indicare la forma grafica, il segno specifico di ciascun numero da 0 a 9: così diciamo che il numero 106 è formato da tre "cifre". *Zephirum* diventa *zefiro*, *zevero* e infine zero.

6. *Matematici arabi e dell'Asia centrale*

Carl Boyer divide la matematica araba in quattro filoni:

1) aritmetica, forse ricevuta dagli Indiani, basata sul principio di posizione;

2) algebra, che dà una forma nuova e sistematica alle elaborazioni babilonesi, greche e indiane;

3) trigonometria, di origine greca, rivista secondo i metodi indiani e con sviluppi arabi;

4) geometria, di origine greca, con importanti sviluppi dovuti agli Arabi.

La matematica araba fiorisce rapidamente in seguito al frenetico lavoro di traduzione di testi indiani e greci. Comunque, il vecchio sistema di notazione letterale continua ad essere usato per parecchio tempo prima di

venir sostituito con la notazione di tipo indiano.

I dotti arabi non sono solo matematici e astronomi, ma anche viaggiatori, medici, poeti, ecc. Fra questi personaggi illustri, oltre ad al-Khuwarizmi, meritano di essere citati Avicenna (980-1037), al-Biruni (973-1048), Alhazen (965-1039), Khayyan (1048-1122), Nasir Eddin Tusi (1201-1274) e al-Kashi (...-1432).

Dal nome di al-Khuwarizmi la matematica ha derivato il termine "algoritmo", mentre dal titolo di una sua opera ci viene un vocabolo non meno importante: algebra (*Al-giabr*); infatti, su invito del Califfo, egli scrive un trattato di algebra, sviluppando gli aspetti che servono a risolvere i casi normali della vita: "eredità, donazioni, distruzioni, sentenze e commerci e in tutti gli altri affari, o quando si vogliono effettuare misurazioni di terreni, scavi di canali, calcoli geometrici..." (8e).

Nasir Eddin Tusi è uno dei matematici arabi che possiamo definire come precursore della geometria non-euclidea. La traduzione dei suoi studi, nel XVII secolo, ha forse stimolato le ricerche di Gerolamo Saccheri.

Al-Kashi effettua le sue ricerche a Samarcanda. Si vanta, impropriamente, di avere inventato le frazioni decimali; certamente le usa in modo sistematico e con la stessa abilità che rivela nell'uso di quelle sessagesimali.

IX. CONTARE ITALIANO

1. *Il trionfo della matematica italiana*

Secondo un aneddoto, un mercante tedesco del XV secolo avrebbe chiesto a un professore universitario dove mandare il proprio figlio a istruirsi nei calcoli. Il professore avrebbe risposto che questi poteva imparare le addizioni e le sottrazioni anche nelle università tedesche, ma per le moltiplicazioni e le divisioni avrebbe dovuto recarsi in Italia.

In effetti, nel Cinquecento, la fama dei matematici italiani raggiunge l'apice, anche per effetto di sfide memorabili fra matematici e di magistrali tiri mancini. Il matematico Scipio dal Ferro (1465-1526), professore all'Università di Bologna, scopre la soluzione dell'equazione di terzo grado e la confida al suo allievo Fior solo in punto di morte. Costui, forte della rivelazione, sfida il celebre matematico bresciano Nicolò Fontana detto Tartaglia (1500-1557). La sfida ha luogo nel 1541 circa. Ognuno propone all'avversario 30 questioni da risolvere, concernenti equazioni di terzo grado. Tartaglia trova il metodo per risolvere le equazioni di terzo grado otto giorni prima della gara. Il giorno stabilito egli risolve in due ore tutti i problemi che gli sono stati proposti, mentre il Fior è ancora alle prese con il primo. Entra in scena Gerolamo Cardano

(1501-1576), medico, astrologo, giocatore, ma anche esperto di algebra e stimato professore a Bologna e a Milano. Convince Tartaglia a confidargli la formula, impegnandosi a tenerla segreta. Cardano ha per segretario il matematico Ferrari (1522-1565), che trova il metodo per risolvere le equazioni di quarto grado. Cardano spiazza l'uno e l'altro divulgando le due scoperte nel suo trattato *Ars Magna* (1545), e lascia ai due la magra soddisfazione di essere citati come gli ispiratori delle scoperte.

"Il successo dei matematici italiani produsse una enorme impressione. Era la prima volta che la scienza dei tempi nuovi superava le conquiste dell'antichità. Fino ad allora, nel corso di tutto il Medioevo, lo scopo che ci si poneva era quello di capire almeno le opere degli antichi. Ora invece, finalmente, si risolvevano questioni ove gli antichi non erano riusciti. E questo accadeva nel Cinquecento, cioè cent'anni prima dell'invenzione delle nuove branche della geometria analitica, del calcolo differenziale e del calcolo integrale, che avrebbero sancito la definitiva superiorità della nuova scienza rispetto a quella antica. Dopo di allora non vi fu matematico di vaglia che non tentasse di proseguire i successi degli Italiani e di risolvere in modo analogo, per mezzo di radicali, le equazioni di quinto, sesto grado e di grado superiore" (9b).

2. *"L'arte de l'abbaco"*

Per molte persone di media cultura ancor oggi l'algebra è una cosa astrusa e abbastanza indigesta. Cinquecento anni fa, mentre pochi eruditi di varie nazioni pervengono a risultati eccezionali, la ristretta cerchia delle persone "alfabetizzate" ha non poche difficoltà perfino con le cosiddette "quattro operazioni". Nel 1478 viene stampato a Treviso un libretto di aritmetica intitolato *L'arte de l'abbaco*, per la preparazio-

ne dei giovani veneti che intendono darsi al commercio. I segni (+ , –, × , :), che danno una fisionomia inconfondibile ai nostri calcoli, non sono stati ancora inventati; si usano i termini: *et* per l'addizione, *de* ("togliere da") per la sottrazione, *fia* o *via* ("volte") per la moltiplicazione, *intra* ("entra *n* volte") per la divisione.

Progressivamente entrano nell'uso le parole "più", "meno", "per" e "diviso", e i segni ancor oggi in uso. I segni + e – sono introdotti alla fine del XV secolo da Johann Widman (Germania); il segno = dall'inglese Recorde verso la metà del XVI secolo; il × è proposto da W. Oughtred (1574-1660); Thomas Harriot (1560-1621) introduce i segni > e < (maggiore di, minore di); la virgola decimale, ovvero il punto nei paesi anglosassoni, è attribuita a G.A. Magini (1555-1617), oppure a C. Clavio (1537-1612) e a J. Napier (1550-1617). La sbarretta delle frazioni (orizzontale o verticale) è usata già dagli Arabi e da Fibonacci; il francese F. Viète (1540-1603) raccomanda di preferire le frazioni decimali a quelle sessagesimali. Il segno specifico per la divisione (:) è di acquisizione recente.

3. *Le quattro operazioni*

Ora possiamo curiosare fra le tecniche usate 500 anni fa per eseguire le quattro operazioni. L'addizione è uguale alla nostra; poiché non si usano i segni + e = , si scrive "somma" alla sinistra del risultato. Nella sottrazione, per lo stesso motivo, si scrive la parola "resto"; la sottrazione col "prestito" è usuale, ma c'è un metodo che consente di eseguire i calcoli evitandolo: si aggiunge una decina alle unità del minuendo e una decina alle decine del sottraendo; per eseguire 54 – 28 si effettua la somma 10 + 4 = 14, da cui si deduce 8, ottenendo 6; quindi 2 decine più una dà 3 decine da sottrarre a 5; risultato: 2 decine e 6 unità, cioè 26.

Si fa ricorso anche alla sottrazione per complementi, che rende più semplice la manipolazione mentale dei numeri. Dovendo eseguire $54 - 28$, si osserva: 4 meno 8 non si può, da 8 per arrivare a 10 mancano 2; $2 + 4$ fanno 6, che si scrive sotto; 5 diventa 4, $4 - 2 = 2$, che si scrive sotto; risultato: 26. Il numero 2, trovato all'inizio, è il complemento di 8 nell'ambito della decina, donde il nome dato alla sottrazione.

Moltissime sono le tecniche inventate per eseguire la moltiplicazione. La conoscenza della tavola pitagorica è sempre raccomandata, e anche indispensabile. Il procedimento di "testa", detto anche "per colonna" o "per discorso", è quello che si usa ancora quando uno dei due fattori è formato da una sola cifra: 329×6. Persone particolarmente abili nei calcoli lo usano anche con due cifre. Calcoliamo 329×25. Moltiplico 9 per 25 e ottengo 225, scrivo 5 e riporto 22; 2 per 25 dà 50, più 22 fa 72, scrivo 2 e riporto 7; 3 per 25 dà 75, più 7 viene 82, che scrivo; risultato: 8225.

Il procedimento "per ripieghi" (ossia, divisori) prevede la scomposizione di uno dei due fattori:

$12 \times 15 = 12 \times 5 \times 3 = 60 \times 3 = 180$ oppure
$15 \times 4 \times 3 = 60 \times 3 = 180$

Il procedimento "per scapezzo" o "per spezzato" si avvale della scomposizione di uno o di ambedue i fattori; ciò consente di moltiplicare manipolando piccoli numeri; il risultato finale si ottiene sommando i risultati parziali.

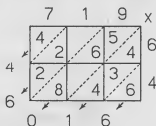
	10	5
12	120	60

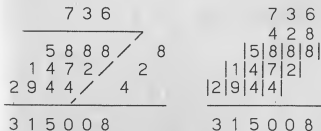
$120 + 60 = 180$

	10	5
10	100	50
2	20	10

$100 + 50 + 20 + 10 = 180$

Moltiplicazione per scapezzo.

Lo schema "per gelosia" è chiamato così dai Veneziani per la somiglianza con le persiane (o gelosie) poste alle finestre. È detto anche "a caselle" o "a reticolo". Siccome proviene dagli Arabi, è noto anche come "schema dei Mussulmani". Calcoliamo 719 × 64. Dopo aver collocato le cifre come mostrato nell'illustrazione, in ogni quadrato scriviamo i prodotti parziali delle singole moltiplicazioni, collocando le unità nella metà bassa e le decine in quella alta. Se non vi sono decine, il triangolino resta vuoto. Al termine sommiamo le cifre in diagonale, a cominciare da destra e considerando gli eventuali riporti. Risultato: 46.016.

Moltiplicazione per gelosia.

Lo schema "a scacchiero" è l'antenato di quello attualmente in uso. Es.: 736 × 428 = 315.008.

Moltiplicazione a scacchiero.

se l'attenzione non è diretta in quel posto. Questo, benché anche prima le papille gustative funzionassero benissimo. Sistema nervoso centrale e periferico erano sconnessi.

Siamo nella situazione del disco sul grammofono. Può essere perfetto e ruotante, ma non si ha il suono finché sul disco non sia poggiata la puntina.

Con l'intervento dell'attenzione ciò che era descritto in termini fisici si fa mentale, possibile contenuto di un pensiero, direttamente connesso con i muscoli della parola e della mano per il segno grafico e con la percezione acustica od ottica per la parola.

Si sarà notato come l'intervento dell'attenzione, se rende presente mentalmente il funzionamento di altri organi, così lo cancella, vi dà cioè un inizio e una fine, con durate medie di mezzo secondo. Superare il secondo e mezzo, i due secondi, come ridurlo al di sotto del decimo di secondo, porta alterazioni spiacevoli in altre zone del corpo.

Il sistema attenzionale però svolge anche un'altra funzione, ad opera esclusiva del sistema nervoso centrale, combinando fra loro stati di attenzione, S, con risultati che possono venir adoperati sia da soli, sia unitamente ad altri risultati, nei pensieri o quali singoli contenuti del pensiero.

Per far assumere il singolo stato d'attenzione, basta la parola "Attento!", un'attenzione vuota, sospesa, che fra l'altro sgombra di ogni contenuto una mente "occupata".

Che cosa accade se a quel primo stato di attenzione se ne fa succedere un secondo, S + S? Dipende dal modulo di combinazione (in particolare, tre). Niente, con la semplice successione, ma se il primo stato è mantenuto assieme al secondo, come in circuiti in serie, l'attenzione si applica su se stessa, e ne risulta ciò che chiamiamo "cosa"; e se il secondo viene ricondotto sul primo abbiamo la "coscienza".

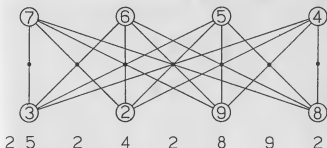
Le combinazioni procedono, diverse fra loro, a) per

La fantasia è senza limiti. Esistono perfino schemi detti a quadrilatero, a triangolo, all'indietro, a castelluccio, a coppa, a rombo, a diamante, a piramide e a crocetta. Lo schema "a piramide" viene probabilmente usato per stupire, specie in concomitanza di risultati "strabilianti". Nonostante il procedimento apparentemente balordo, il risultato è esatto e perciò merita una descrizione. Occorre prendere in considerazione le sole cifre riportate di volta in volta nel prospetto, moltiplicarle come indicato e giustapporre i risultati così come sono; le decine assenti vengono rimpiazzate con uno zero.

```
        4 5 2 1
        7 3 7 3
       ---------
          0 7           4--1   1×7=07
          1 2           7--3   4×3=12
      1 4 0 3           45 21  2×7=14  1×3=03
      2 8 1 5           73 73  4×7=28  5×3=15
  1 2 3 5 0 6           452 521  4×3=12  5×7=35  2×3=06
  3 5 0 6 0 7           737 373  5×7=35  2×3=06  1×7=07
2 8 1 5 1 4 0 3         4521    4×7=28  5×3=15  2×7=14  1×3=03
-----------------       7373
3 3 3 3 3 3 3 3
```

Moltiplicazione a piramide.

Lo schema "per crocetta" è descritto già nel *Liber Abbaci* di Leonardo Pisano. Dopo aver posto i due numeri su righe abbastanza distanziate e con le cifre distribuite a intervalli regolari, si tracciano dei segmenti che congiungono ogni cifra di un numero con tutte le cifre dell'altro numero. Successivamente si evidenziano i punti intermedi dei vari segmenti ("no-

di"), e si inizia il calcolo procedendo da destra. Si moltiplicano i numeri congiunti dallo stesso segmento. Se in un nodo passano più segmenti, si sommano i prodotti parziali, con l'eventuale aggiunta dei riporti provenienti dai calcoli eseguiti al nodo precedente.

Moltiplicazione per crocetta.

Le divisioni si effettuano anch'esse in molti modi: per danda, per colonna, per galera o per battello, per ripieghi e per scapezzo.

La divisione "per colonna" o di "testa" è quella in cui il divisore è formato da una sola cifra. È quindi abbastanza facile giungere al risultato operando mentalmente, di testa, appunto.

numero da dividersi	8 9 7 6 | 6	partitore (divisore)
quoziente	1 4 9 6	resto 0
	4 5 1 6 | 8	
	5 6 4	r. 4

Divisione di testa o per colonna.

La divisione "per ripieghi" si esegue dopo avere evidenziato i divisori del divisore. Eseguiamo 3215:24 = 133, resto 23. I ripieghi di 24 sono 4, 3 e 2. Il resto effettivo si calcola in questo modo: 1° resto + (2° resto × 1° ripiego) + (3° resto × 1° ripiego × 2° ripiego). Ossia:
$3 + 4 \times 2 + 1 \times 4 \times 3 = 3 + 8 + 12 = 23$

```
3 2 1 5 | 4   r 3
  8 0 3 | 3   r 2
  2 6 7 | 2   r 1
q. 1 3 3
```

Divisione per ripieghi.

La divisione "per battello" o "per galera" si chiama così perché, una volta terminato il calcolo, essa assomiglia a una imbarcazione con uno o più alberi, mentre i trattini usati per depennare le cifre fungono da remi. La divisione "per galera" è la versione scritta della divisione aurea eseguita sull'abaco con le pedine ("apici"). Già allora era ritenuta difficile, e per noi lo è ancora di più perché i resti vengono calcolati a partire dalla cifra di sinistra, e pertanto sono richiesti artifici ora inconsueti.

4. *Una divisione "per galera"*

Proponiamo un esempio di divisione "per galera", molto semplificato rispetto ai procedimenti antichi. Il numero 64589 è il dividendo, 76 è il divisore; il quoziente si scrive a destra della barra verticale. I re-

sti vengono riportati via via al di sopra del dividendo, e si leggono obliquamente dall'alto in basso verso destra. Il divisore viene depennato a ogni tornata e si riscrive obliquamente verso l'alto. La comprensione risulterà più facile osservando l'illustrazione.

```
a. 6 4 5 8 9 | 8          3
     7 6                   8 7
                     b.  6 4 5 8 9 | 8
                         7 6

        7                    1
      3 9                    7 6
      8 7 4                3 9 1
c.  6 4 5 8 9 | 8 4        8 7 4 5
    7 6 6            d.  6 4 5 8 9 | 8 4 9
      7                  7 6 6 6
                           7 7
```

Divisione per galera.

a) Il 76 nel 645 sta 8 volte; scrivo 8 al quoziente.

b) Ora calcolo i resti. $8 \times 7 = 56$, *per arrivare a 64 mancano 8; scrivo 8 sopra al 4 e depenno il 7 (di 76) e il 64. Quindi* $8 \times 6 = 48$, *per arrivare a 85 (che è disposto a scaletta) mancano 37; scrivo il 3 sopra all'8 e il 7 sopra al 5; depenno il 6 e l'85.*

c) Riscrivo il divisore 76, a scaletta verso l'alto. Il 76 nel 378 sta 4 volte; scrivo 4 al quoziente. Calcolo i resti. $4 \times 7 = 28$, *per arrivare a 37 mancano 9, che scrivo. Depenno 37 e 7. Ora,* $4 \times 6 = 24$, *per arrivare a 98 mancano 74; scrivo 74. Depenno 98 e 6.*

d) Riscrivo 76. Il 76 nel 749 sta 9 volte. Scrivo 9 al quoziente. $9 \times 7 = 63$, *per arrivare a 74 mancano 11, che scrivo. Depenno 74 e 7. Dico* $9 \times 6 = 54$, *per arrivare a 119 mancano 65. Scrivo 65 (il 6 sopra all'1 e il 5 sopra*

al 9): 65 è il resto finale. Depenno 119 e 6. Il quoziente è 849.

In realtà, il processo è molto più complicato in quanto il quoziente viene individuato necessariamente per tentativi, confrontando cifra con cifra, come si continua a fare in molte scuole elementari, convinti che si tratti del sistema più semplice. Anche i resti vengono calcolati cifra per cifra, e la complicazione sta nel fatto che, iniziando da sinistra, è frequente il ricorso a procedimenti macchinosi.

5. *Dalla "galera" alla "danda"*

Il Tartaglia innova profondamente la divisione "per galera". Innanzitutto scopre che è più semplice calcolare i resti iniziando da destra, cioè dal valore più basso. In un secondo tempo modifica lo stesso schema della divisione, disponendo i resti al di sotto della porzione di dividendo sulla quale si è appena operato. Osservare l'esempio (2ª modifica): la prima porzione di dividendo è 645, il resto è 37. Al 37 si aggiunge una nuova cifra del dividendo, cioè 8, formando 378;

7 6
3 7 4 5
6 4 5 8 9 | 8 4 9
7 6 6 6
7 7

divisore dividendo quoziente
7 6 | 6 4 5 8 9 | 8 4 9
3 7 4 5
7 6 ← resto

Innovazioni del Tartaglia.

l'unico neo è che le cifre del 378 non si trovano allineate sulla stessa riga, in quanto l'8 resta dov'era. Il resto successivo (74) viene a trovarsi scritto su due righe. Quando vi si aggiunge l'ultima cifra del dividendo, si forma 749, disposto su tre righe, come si può vedere. Anche il resto finale (65) è disposto obliquamente.

Con tre semplici modifiche si passerà allo schema a "danda": 1) passaggio del divisore dalla sinistra alla destra del dividendo; 2) spostamento del quoziente al di sotto del divisore; 3) disposizione esclusivamente orizzontale dei resti, con eventuale aggiunta sulla stessa riga di una nuova cifra del dividendo: il famoso "abbasso una cifra".

Il metodo per "danda" si è affermato ed è giunto fino a noi "essendo il partire (dividere) per danda più breve, e più facile" (15b). L'origine della denominazione "danda" è incerta. C'è chi la fa scaturire dal fatto che, nelle diverse fasi di esecuzione della divisione, ad ogni resto si deve "dare" una cifra del dividendo, fino ad esaurimento delle stesse. Secondo Pacioli, invece, essa deriverebbe dal procedimento usato per la determinazione del quoziente: vediamo se il divisore entra tre volte nel dividendo, se 3 è troppo poco, proviamo 4 volte, "damoli el 4..." (diamogli il 4...). Le divisioni a "danda" sono di due tipi: a danda lunga e a danda corta. Nella prima vengono esplicitate le sottrazioni per il calcolo dei resti; nella seconda, i resti sono calcolati mentalmente.

```
6 3 4 7 | 2 5          6 3 4 7 | 2 5
5 0     | 2 5 3        1 3 4   | 2 5 3
1 3 4   |                  9 7 |
1 2 5                      2 2
    9 7
    7 5
    2 2
```

Divisione per danda lunga e per danda corta.

X. FUORI DALLA CORRENTE

1. *L'America pre-colombiana*

L'esigenza di quantificare gli elementi della realtà in cui si vive è talmente forte nel genere umano da imporsi ovunque, o quasi. L'affermarsi della scrittura e della matematica ha accompagnato ed evidenziato il fiorire delle civiltà. I percorsi seguiti per giungere alla realizzazione di strumenti di calcolo sono in parte diversi e variabili a seconda dell'area geografica, in parte simili ovunque, perché la loro origine è sempre nell'uomo.

Anche nell'America, isolata fra due oceani, fioriscono civiltà diversificate. Secondo alcune teorie, questo continente viene popolato a ondate successive da genti asiatiche. Il passaggio è facilitato da una larga fascia di terra che emerge all'altezza dello stretto di Bering e collega i due continenti. Infatti, fino al 1000 a.C. il livello degli oceani è più basso a causa degli effetti dell'ultima glaciazione. Ulteriori apporti, prevalentemente culturali, si hanno via mare dalla Cina, dal Giappone e dall'Indocina.

2. *I Maya*

Le prime forme di civiltà provengono dal Messico

meridionale, dove si formano le culture degli Olmechi e dei Totonachi, a ridosso del golfo, e quella degli Zapotechi, sul versante rivolto verso l'Oceano Pacifico. Su due reperti della prima cultura (una stele e una statuina di giada) è annotato l'anno di realizzazione: rispettivamente, il 31 a.C. e il 162 d.C.; se ne deduce che l'invenzione della scrittura e del calendario è attribuibile a questo popolo.

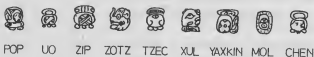
Il monumento più interessante dei Totonachi è la piramide di El-Tajin (II-III secolo), alta 25 metri, che presenta tutt'intorno 365 nicchie, una per ogni giorno dell'anno. A Monte Alban (cultura zapoteca), nell'area riservata ai templi compare lo Sferisterio, che è un campo rettangolare molto allungato riservato al sacro gioco della palla.

Intanto, nell'area dello Yucatân, del Belize e del Guatemala, fra il V secolo a.C. e il III d.C. si afferma la civiltà dei Maya. Il primo documento datato è la stele di Tikal, che risale al 292 d.C. Il periodo di massimo splendore è però quello che va dal III al X secolo d.C. Dal 900 circa, la cultura maya declina in seguito ai profondi contrasti fra la popolazione e la casta sacerdotale. Molte città e vari centri religiosi sono abbandonati. I Toltechi approfittano di questa situazione di debolezza per conquistare le varie città-stato. Realizzatasi la fusione fra le due etnie, la civiltà maya torna a fiorire. I conquistadores spagnoli completano l'occupazione del territorio maya soltanto nel 1697, sebbene la civiltà e l'organizzazione sociale siano in declino ormai da decenni. Di questo popolo sono giunti fino a noi i complessi monumentali dei templi e delle loro pertinenze. Non esistono veri e propri agglomerati urbani. La popolazione vive sparsa nelle campagne: pare che abbia messo a punto alcune tecniche di coltivazione molto sofisticate e redditizie.

Le notizie sui Maya provengono da più fonti: a) le relazioni dei religiosi e dei governatori; b) i manoscritti redatti dopo la conquista da studiosi indigeni nella

loro lingua, ma in lettere latine; c) tre manoscritti maya molto antichi sfuggiti alla distruzione e giunti in Europa (sono conservati a Dresda, Madrid e Parigi): vi sono riferiti eventi storici risalenti anche al 10.000 a.C., se la cronologia non è leggendaria. Nel codice conservato a Dresda sono riportate una tavola delle eclissi e una relativa alla rivoluzione sinodica di Venere.

I Maya usano scrivere su strisce di tela, di pelle o di corteccia che poi ripiegano a fisarmonica. La scrittura è un misto di pittogrammi e di geroglifici molto elaborati e pregni di significati. Questi segni, scritti o scolpiti, sono detti *glifi*. Purtroppo, ogni tentativo di decifrazione ha dato pochi frutti, ma quei pochi non sono trascurabili. Infatti, gli studiosi sono in grado di capire i numeri, i dati astronomici e il calendario.

Quest'ultimo è molto più preciso di quello gregoriano (cioè il nostro). Molto vicini alle stime attuali sono anche i dati relativi al ciclo di Venere e alle lunazioni. Innanzitutto, vi sono due calendari: quello solare o civile e quello religioso. Il calendario civile è formato da

Glifi dei 18 mesi del calendario maya e del periodo di 5 giorni aggiuntivi (uayeb).

18 mesi di 20 giorni, ognuno con un nome specifico, e da 5 giorni senza nome che vengono aggiunti alla fine. I nomi dei giorni e dei mesi sono rappresentati sotto forma di glifi. Il nome del mese scaturisce da eventi religiosi o da fenomeni naturali; il glifo rappresenta la divinità preposta. Il numero che indica il giorno viene rappresentato con un sistema di punti e barre. I 20 giorni sono numerati da 0 a 19, sicché il giorno contrassegnato con tre puntini è in realtà il quarto giorno del mese. L'anno religioso è formato da 20 periodi o "settimane" di 13 giorni ciascuno, per un totale di 260 giorni, dopo di che il ciclo ricomincia. Ogni data viene espressa mediante la giustapposizione della data ricavata dal calendario religioso e di quella del calendario civile. Ogni 52 anni civili, se ne compiono esattamente 73 di quelli religiosi. Questo evento è celebrato in modo memorabile, perché significa la fine di un ciclo e l'inizio di un altro.

Glifi dei 20 giorni.

I Maya dispongono inoltre di un terzo sistema per il computo del tempo, e lo impiegano soprattutto nelle iscrizioni cronologiche. Esso ha come unità base il *kin* ("giorno"); le successive grandezze sono l'*uinal* (il mese di 20 giorni), il *tun* (18 mesi, cioè un anno), il *katun* (20 anni di 360 giorni), il *baktun* (400 anni), ecc. Anche queste unità di tempo sono rappresentate con glifi di vario tipo:

il numero di stati di attenzione combinati, b) per l'ordine d'ingresso degli stati, da combinare o già combinati, nella composizione, e c) per il modulo di combinazione, in serie, parallelo, misto.

Quale esempio che cominci ad illuminare la nostra storia dei numeri, mostrando come i costrutti mentali siano adoperati sia isolatamente, sia applicati all'operato di altri organi, prendiamo il "singolare", "plurale", "collettivo". Isolati essi sono designati così, e applicati troviamo rispettivamente, per esempio, "fogli-a", "fogli-e" e "fogli-ame".

Quando e come può essere accaduto?

Se l'attenzione applicata a se stessa produce la "cosa", quando questa applicazione viene preceduta da uno stato di attenzione vuoto, si ha la situazione per esempio di chi entra per la prima volta in una stanza al buio e vi cerca un muro, l'interruttore della luce, ecc. Affida l'attenzione vuota al braccio, alla mano tesi in avanti, alle gambe che si spostano e ci spostano cautamente. Finché l'aria molle e fendibile non sia sostituita da qualcosa di duro, di resistente. La dipendenza si deve essere instaurata chissà quanti milioni di anni fa, ed è stata provvidenziale per la nostra sopravvivenza. L'attenzione, da sospesa, S, si fa applicata, S + S, in una successione che vede dunque S + (S + S). Si è costituito l'"oggetto", che, come dice la parola *ob-iectus*, *Gegen-stand*, viene incontrato ci viene incontro, ecc. "Oggetto" che qui, naturalmente, nasce applicato a qualcosa di fisico, ma che di per sé, in quella combinazione di stati d'attenzione, non ha nulla di fisico e nemmeno di psichico, ma è soltanto mentale, ed è disponibile per qualsiasi applicazione, come avviene se l'"oggetto" è quello di un interesse, di una disciplina, e simili.

E se alla "cosa" che è preceduta dallo stato di attenzione puro venisse fatto seguire un altro stato di attenzione puro, cioè S + (S + S) + S? La cosa si troverebbe "isolata", "separata", "incorniciata", "distin-

– semplificati, per la scrittura sui codici;
– cefalomorfi, cioè costituiti da teste di divinità scolpite su pietra;
– antropomorfi, ossia in forma di figura umana intera, scolpita.

Disco calcareo di Chiukultic: commemorazione di un giocatore di pelota (palla).

Riguardo al sistema di numerazione maya di uso popolare, non abbiamo documenti; probabilmente è vigesimale, come lo è presso gli altri popoli dell'America centrale. L'uso della base 20 trova sicuramente il suo fondamento nel "dispositivo" di calcolo rappresentato dalle dita delle mani e dei piedi *nel loro insieme*.

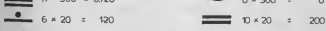
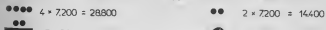
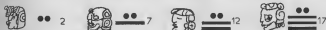
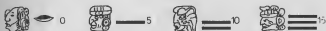
Nulla sappiamo circa la matematica dei Maya a causa della distruzione dei loro codici. Conosciamo invece il sistema numerale degli astronomi, *inciso nella dura pietra*. Esso è posizionale, ma non è rigorosamente vigesimale, cioè non progredisce secondo le potenze di 20. Infatti, a causa dell'analogia col calendario, dal

terzo ordine inizia un'irregolarità per la presenza del fattore 18.

Progress. vigesimale	Progress. astronomi Maya	
$20^0 = 1$	20^0	$= 1$
$20^1 = 20$	20^1	$= 20$
$20^2 = 400$	18×20	$= 360$
$20^3 = 8.000$	$18 \times 20 \times 20$	$= 7.200$
$20^4 = 160.000$	$18 \times 20 \times 20 \times 20$	$= 144.000$

Nel sistema dei Maya sono sufficienti soltanto due segni per formare i numeri fino a 19: il punto con valore 1 e la barra con valore 5. Dopo il 19 si passa all'ordine superiore e vengono reimpiegate le stesse cifre.

0 5 10 15
1 6 11 16
2 7 12 17
3 8 13 18
4 9 14 19

$4 \times 7.200 = 28.800$ | $2 \times 7.200 = 14.400$
$17 \times 360 = 6.120$ | $0 \times 360 = 0$
$6 \times 20 = 120$ | $10 \times 20 = 200$
0 | 0
35.040 | 14.600

Numeri maya: glifi del calendario e cifre; esempi.

Lo zero, nei codici, è indicato con un segno che somiglia a un occhio socchiuso o ad una conchiglia e viene inserito dove mancano unità di un qualche ordine. Lo zero è usato dai Maya nello stesso periodo in cui fa la sua apparizione in India. Secondo Lévi-Strauss apparve addirittura cinque secoli prima.

Il valore delle cifre è determinato dal glifo cui sono associate (*kin*, *uinal*...) e soprattutto dal fatto che la datazione segue un ordine rigoroso, con l'indicazione progressiva di tutti i valori: dal maggiore al minore, dal *baktun* al *kin*, compresi i valori "zero". Per esempio:

8 baktun	= 8 × 144.000 gg	=	1.152.000 gg
0 katun	= 0 × 7200 gg	=	0 gg
9 tun	= 9 × 360 gg	=	3.240 gg
7 uinal	= 7 × 20 gg	=	140 gg
0 kin	= 0 × 1 gg	=	0 gg

corrispondono a 1.155.380 giorni dall'inizio dell'era maya, che risale al 3113 a.C. Sono dunque 3.165 dei nostri anni, e la data corrisponderebbe al 52 d.C.

3. *Gli Aztechi*

Al tempo della conquista (1521) si stima che Città del Messico conti oltre un milione di abitanti, senza considerare quelli che vivono in una cinquantina di paesi assiepati intorno alla laguna. I discendenti degli Aztechi, i Nahuatl, vivono oggi nel Messico meridionale, presso le coste del Pacifico; sono circa mezzo milione. Hanno perduto tutte le loro peculiarità etniche fuorché l'antica lingua.

La società azteca è teocratica e centralizzata. La vita di ogni individuo viene programmata fin dalla nascita. Perfino l'attribuzione del nome avviene dopo un'attenta indagine astrologica. L'istruzione, per i pochi che possono usufruirne, è molto accurata. I giova-

ni nobili frequentano scuole annesse ai templi e vi ricevono una formazione che spazia dalle scienze alle arti. La formazione religiosa svolge un ruolo fondamentale. Le conoscenze scientifiche vengono trasmesse oralmente. I giovani destinati al sacerdozio devono essere molto esperti nella scrittura e nella conoscenza dei testi sacri e dei riti. La scrittura azteca è un misto di ideogrammi e di segni fonetici.

Notevoli sono le testimonianze della cultura azteca; un posto di rilievo spetta ai 17 manoscritti originali, fra cui 4 pre-colombiani. Sono redatti su tela, su pelle di cervo o su fogli di carta fatti con le fibre della corteccia di alcune piante. Il significato degli ideogrammi riportati sui manoscritti viene spesso chiarito da scritte in spagnolo aggiunte dai conquistadores.

Gli Aztechi hanno un duplice calendario come i Maya; le sole differenze si riferiscono ai nomi dei giorni e alle figure usate per rappresentarli. La numerazione scritta per uso contabile, come si può dedurre dal *Codex Mendoza*, è vigesimale e fondata sul principio additivo.

Cifre azteche.

4. *I nodi della memoria: gli Incas*

Il popolo Inca, di provenienza ignota, nel XIII secolo pone la sua capitale a Cuzco, a 3.400 metri sul livello del mare, sul versante amazzonico della Cordigliera.

Con un'amministrazione centralizzata molto efficiente e con un esercito molto addestrato, gli Incas sottomettono tutti i popoli dall'Ecuador al Cile, e ne avviano l'unificazione imponendo come lingua ufficiale il *quechua*. La famiglia reale, al suo interno, usa invece una lingua diversa, forse quella della terra d'origine. La vita della popolazione è organizzata in modo che si produca il più possibile nel modo più efficiente. I prodotti agricoli, quelli artigianali e ogni altro genere di oggetti affluiscono ai magazzini dello stato, dai quali vengono prelevati e distribuiti secondo le necessità.

La rete stradale dell'impero è estremamente curata ed efficiente. Scrive Las Casas: "Tutti i nostri che le videro nella loro prosperità ed efficienza non cessano mai di raccontare meraviglie della loro bellezza, arte, grandezza, larghezza, disposizione e manutenzione" (17a). Lungo le strade, ad ogni lega, vi è una stazione di posta. Benché i corrieri viaggino a piedi, ogni messaggio giunge a destinazione in pochi giorni: da Cuzco a Quito occorrono solo 3 giorni. Ad ogni stazione, i corrieri si danno il cambio e per testimoniare l'autenticità del messaggio si passano un bastoncino munito di segni speciali. Di straordinario c'è che il messaggio viaggia per via orale, ed è affidato alla memoria dei corrieri. Infatti gli Incas non conoscono la scrittura. Inventano perciò diversi sistemi mnemotecnici. Sono state trovate strisce di stoffa recanti pitture con segni convenzionali: si pensa che servissero per ricordare formule religiose. Il sistema mnemotecnico più conosciuto si basa sul *quipu*. Esso è formato da un gruppo di cordicelle colorate sulle quali vengono praticati dei nodi secondo regole precise. Certamente i *quipu* vengono utilizzati per la contabilità; alcuni, molto complessi, servono per tramandare il ricordo di avvenimenti importanti, e forse anche le leggi. Secondo la testimonianza di Tylor, verso la fine dell'Ottocento, alcuni indios che vivono nel Perù meridionale conser-

vano gelosamente antichi *quipu* a carattere storico e sono in grado di interpretarli, ma non rivelano a nessuno la chiave di lettura, meno che mai ai bianchi (18a).

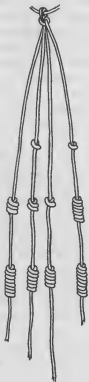
"I conti di quelle popolazioni del Perù non erano pitture, come quelli della Nuova Spagna [America centrale] e neppure come i nostri, perché entrambi i modi sarebbero troppo facili, ma di un altro genere, più di tutto memorabile e ammirevole, cioè di certi nodi in certe cordicelle di lana e cotone. Alcune cordicelle sono bianche, altre nere, altre verdi, altre gialle e altre rosse. Su di esse fanno dei nodi, alcuni grandi e alcuni piccoli, come nel cordone di San Francesco, per unità, decine, centinaia e migliaia, per cui si intendono molto più facilmente che noi con i nostri conti di algoritmo e delle tavole... Di questi cordoncini pieni di nodi hanno i loro mucchi così grandi e numerosi, da avere case intere piene, dove sanno e conservano il ricordo delle loro antichità: cosa degnissima a vedersi e udirsi e più che ammirabile a sapersi" (17b).

I *quipu* sono utilizzati non solo dall'amministrazione centrale, ma anche da quella periferica. I responsabili di ogni provincia se ne servono per tenere il conto di tutto il materiale custodito nei depositi statali (derrate, vestiario, armi), ma anche per il censimento della popolazione, la quale è classificata per attività lavorativa, età, sesso, nascite, morti, ecc. È verosimile pensare che i *quipu* di carattere amministrativo redatti nelle varie province siano inviati alla capitale insieme a un relatore che spieghi il senso dei nodi e tutte le altre cose che i nodi non possono esprimere.

L'arte dei nodi è molto importante. Nella scuola di Cuzco, riservata a tutti coloro che vogliono accedere alle più alte cariche dello stato, si dedica un intero anno (il terzo) allo studio del significato delle cordicelle.

Sebbene non possiedano la scrittura, gli Incas sanno ben contare e rappresentare simbolicamente i risul-

tati dei loro calcoli. Il loro sistema di numerazione è a base decimale. Nel *quipu*, i nodi posti più in basso indicano le unità; più in alto ci sono le decine, quindi le centinaia, ecc.

Consideriamo un *quipu* utilizzato per censire il bestiame. Ogni cordicella, per la sua posizione e per il colore, è riservata a un certo tipo di bestiame: per mezzo dei nodi se ne indica la consistenza numerica. Un'ultima cordicella, che tiene insieme tutte le altre, viene utilizzata per registrare il totale generale.

Cordicelle annodate.

5. *La via romana al numero*

Tutti conosciamo i simboli base della numerazione romana, cioè, I, V, X, L, C, D e M che valgono nell'ordine 1, 5, 10, 50, 100, 500 e 1.000. Si è cercato in molti modi di spiegarne l'origine. Valerio Probo riferisce di un antichissimo codice secondo il quale i numeri sono rappresentati dalle lettere dell'alfabeto latino: A = 500, B = 300, C = 100, D = 500 e così via, senza alcun ordine logico. Inoltre, spiega che il 5 è scritto *V* (la *U* dei Romani) perché questa è la quinta vocale; la X vale dieci perché è la decima consonante. Le lettere C e M sono le iniziali di cento e mille. Più artificiosa è la spiegazione dei segni del 50 e del 500. Dice Valerio Probo che i Greci scrivono il 50 con la lettera NI; siccome nel parlare è frequente lo scambio fra N e L (*Lynpha/Nynpha*), la L assume dunque il valore di 50; la lettera D vale 500 perché dopo la C viene la D, oppure perché è l'iniziale di *Dimidium*, cioè metà (di mille), o anche perché la metà sinistra della M, in certe stilizzazioni, assomiglia approssimativamente alla D. Commenta il Ricci: "Per il che si vede che sono raggioni molto stiracchiate".

A	500	H	200	P	400	Y	150
B	300	I	1	Q	500	Z	2000
C	100	K	51	R	80	$\bar{A}$	5000
D	500	L	50	S	70	$\bar{B}$	3000
E	250	M	1000	T	160	$\bar{C}$	100000
F	40	N	90	V	5	$\bar{D}$	500000
G	400	O	11	X	10	.....	

Valore numerico delle lettere latine secondo Valerio Probo.

Secondo una teoria molto accreditata, l'alfabeto romano (con scrittura verso destra) deriva con qualche modifica da quello etrusco, la cui scrittura procede verso sinistra. Quest'ultimo sarebbe mutuato, pure con modifiche e integrazioni, dall'alfabeto greco calcidese usato a Cuma. Secondo il Devoto, invece, l'alfabeto greco sarebbe giunto direttamente a Roma nell'VIII secolo a.C. grazie ai contatti commerciali con Taranto, colonia dorica, e con Cuma, colonia ionica; in effetti, nei reperti più antichi, la scrittura è orientata verso destra, ma in qualche caso è bustrofedica. L'alfabeto calcidese ha più segni di quanti ne richieda la lingua latina, infatti "tre erano superflui, il theta, il phi e il khi, che sono stati adoprati ad indicare numeri" (19a). La prima delle tre lettere ha la forma di un cerchio con una crocetta al suo interno, la seconda è un cerchio tagliato da un tratto verticale, mentre l'ultima è una X.

Gli Etruschi, ricevendo per conto loro l'alfabeto greco, l'avrebbero poi trasmesso ad altri popoli della penisola, fra cui gli Umbri. Secondo Tacito, gli Etruschi avrebbero appreso l'alfabeto greco da Demarato Corinzio. Le ricerche hanno appurato che in Italia, anteriormente al 1000 a.C., esiste un alfabeto sillabico analogo al lineare A e B del tempo miceneo. La leggenda che Evandro sia giunto in Italia in tempi anteriori alla guerra di Troia dà un certo fondamento alla teoria dell'introduzione dell'alfabeto sillabico.

La teoria della derivazione delle cifre romane da uno dei due sistemi numerali greci zoppica alquanto. Secondo Ifrah, i segni numerali degli Etruschi e dei Romani hanno origini molto lontane, nella pratica dell'intaglio e delle tacche. In Europa, i più antichi intagli conosciuti, su osso, risalgono a 20.000-30.000 anni fa. Lo scarso numero di reperti e il contesto del ritrovamento rendono difficile l'interpretazione di questi segni.

Frammento di osso d'aquila intagliato; forse è un calendario lunare. Rinvenuto nelle grotte di Placard (Charente). Risale al Maddaleniano medio.

Fino al 1826, in Gran Bretagna, si usa registrare le entrate e le uscite dello stato su bastoncini di legno (*taglie*) mediante tacche convenzionali. In tempi più recenti, i cacciatori di taglie incidono una tacca nel calcio del fucile per ogni ricercato ucciso. In modo analogo procedono i piloti della prima guerra mondiale per ogni aereo abbattuto.

Moneta d'oro etrusca di Populonia, con valore 50 (6° sec. a.C.).

All'origine dei segni numerali romani ed etruschi vi è dunque la consuetudine di praticare tacche, prevalentemente su legno, al fine di registrare precise quantità di oggetti, di animali o altro. Si descrive ora un modo di procedere. Per ogni elemento da contare si effettua un'incisione, fino a IIII (4), che è la quantità massima individuabile con un colpo d'occhio senza dover contare. Al cinque, l'incisione viene praticata obliquamente, oppure facendola un po' più ampia ver-

ta". Siamo giunti così al "singolare", del quale impropriamente si dirà "uno solo". Una successione che inverta l'ordine degli elementi combinati dà luogo al "plurale": (S + S) + S + (S + S).

Stiamo avvicinandoci al numero.

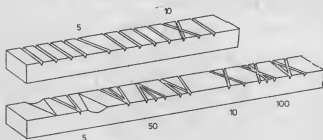
Non dovrebbe essere difficile accorgersi di che cosa avvenga se, per esempio, prima guardiamo il disegno vedendo "un" albero, cioè un singolare,

eseguendo appunto, oltre alle operazioni percettive che lo costituiscono, compreso il suo isolamento dall'aria e dalla carta, quelle dell'"oggetto"; e dopo vogliamo vederlo come unità numerica, come "1". *Il singolare viene ripetuto*: [S + (S + S) + S] + [S + (S + S) + S].

Né si potrà avere un qualsiasi numero se non con la ripetizione del singolare, e quindi con la singolarità e la ripetizione quali elementi costitutivi, a cominciare dalla prima ripetizione, quella dell'"1". Dalla ripetizione consegue fra l'altro che, se la numerazione è applicata, le cose contate siano tutte eguali fra loro, la stessa eguaglianza non essendo altro che un confronto che si conclude con la singolarità. Andrà bene, ripetiamo, per gli alberi, ed anche per i vizi e le virtù, gli dei e gli uomini, ecc. ecc, ma non per 1 albero + 1 vizio.

Ne consegue la sciocchezza di chiedersi quanti siano i numeri e quella di dare un numero ai numeri! Essi provengono dalla ripetizione e questa non è numerica. Chi vuole il numero "infinito" confonde l'operare in corso con i suoi risultati, una volta arrestato.

Quando l'umanità nella filogenesi cominciò ad eseguire queste operazioni, e quando il bambino comin-

so una delle due estremità, simile a una *V* dritta o capovolta. Continuando, si aggiungono tacche semplici fino a 9. Al dieci si può ripetere la tacca obliqua del 5, magari con l'aggiunta di un'altra tacca che la interseca trasversalmente, oppure ampliando l'incisione alle due estremità; in ambedue i casi si ottiene una X. Continuando a procedere per aste, giunti al 15 si ripete il segno del 5, al 20 una nuova X, e così via. Il 50 può essere rappresentato dal segno del 5 integrato da un tratto verticale al centro (come un tridente), oppure a una delle due estremità; formando quasi una N. Come si vede, subentra il principio moltiplicativo. Lo stesso principio può essere adottato per formare il cento: una X integrata da una tacca centrale o laterale.

Cifre intagliate su listelli.

Vi sono molte testimonianze, anche recenti, di questo metodo per la registrazione di conti, ovunque vi sia del legno da intagliare: Italia, Iugoslavia, Svizzera, Germania, Francia, Inghilterra, Austria, Scandinavia, America del nord, Russia, Cina, Sud-est asiatico.

Col tempo, i segni basilari (5, 10, ecc.) acquisiscono una loro autonomia al di fuori di qualsiasi successione di tacche. Il segno V non è soltanto il segno distintivo del 5° elemento di una serie di intagli, ma passa a indicare qualsiasi collezione di 5 elementi. Così, la X e

	ETRUSCHI	ROMANI
1	I	I
5	Λ ∩	V
10	X ᚷ +	X
50	↑ ⋔	Ѱ ⊥ ⊥ ⊥ L
100	✱ ⋇	✱ Ↄ C
500	≷ ⟨	Ɵ Þ D
1000	≩ ≨ 8 ⊕ M ⊠	ɸ Φ CIↃ CIↃ M; T Ψ Ψ ⅄ ∞

Cifre etrusche e romane: forma ed evoluzione.

gli altri. È dunque possibile ipotizzare un'evoluzione grafica delle tacche fino alle forme eleganti assunte nelle iscrizioni lapidarie dei Romani. Forse per integrare armonicamente i numeri con il testo della iscrizione, si giunge a dare alle cifre la forma delle lettere latine più somiglianti. Così, per caso, i numeri cento e mille hanno una "cifra" che corrisponde alla lettera iniziale del loro nome.

La notazione numerale romana fa uso del sistema additivo, sottrattivo e moltiplicativo.

In campo matematico, i Romani non hanno dato alcun contributo degno di nota. Il matematico, astronomo e astrologo Claudio Tolomeo (II sec.), pur vissuto sotto l'impero romano, viene giustamente collocato nell'area del pensiero greco, al pari di altri studiosi come Erone e Nicomaco (I sec.), Diofanto (II sec.), Pappo (IV sec.) e Proclo (410-485). Secondo Carl Boyer, il più ragguardevole esponente della matematica romana è Boezio (480-524), più conosciuto come filosofo e uomo di stato, consigliere di Teodorico. Boezio scrive dei manuali sulle quattro discipline del Quadri-

Esempi di numeri romani.

vio: Aritmetica, Geometria, Astronomia e Musica; sono sunti molto elementari di analoghe opere di Nicomaco, di Euclide e di Tolomeo. Nonostante questo, tali opere sono state basilari per tutto il medioevo europeo.

6. *Fuori socialmente*

In genere, per risolvere con rapidità e autonomia i problemi che assillano i ceti subalterni, nella vita di tutti i giorni, si usano mezzi poveri. Ciò si deve anche alla precisa volontà di non diffondere le tecniche e le strategie cognitive che potrebbero porsi come strumenti di potere reale.

Da sempre, la condizione di povertà si caratterizza certo come mancanza di beni, ma anche come esclusione dalle conoscenze più avanzate e dagli strumenti di comprensione più potenti.

Nel 637 gli Arabi conquistano Ctesifonte facendo un bottino immenso, stimato 9 miliardi di *dirham*. Il *dirham* (da *drachma*) è una moneta d'argento del peso di 4,5 grammi; 10 dirham equivalgono a un *dinar*, moneta d'oro dello stesso peso. Si racconta di un soldato

che fa una figura poco edificante di fronte ai commilitoni, per aver chiesto solo 1.000 dirham per il riscatto di una nobildonna: egli si giustifica dicendo di non aver mai saputo "che esistesse un numero superiore a mille" (20a). Quel poveraccio, probabilmente, ha passato la vita ad accudire le capre o a strigliare la coda dei cammelli, oppure a fare la scorta a qualche carovana per quattro soldi, prima di essere coinvolto nella frenesia delle conquiste. Forse è la prima volta che partecipa all'espugnazione di una "vera" città, incredibilmente ricca. Certo in vita sua non ha mai visto 1.000 *dirham* tutti assieme. Al contrario, gli abili mercanti arabi sono avvezzi a ben altre somme. Per imparare a contare non c'è niente di più gratificante del contare soldi, se sono tanti. I soldi da soli non danno necessariamente la conoscenza e la buona creanza; però, andare per il mondo a piedi e senza un quattrino, è diverso dal girarlo in panfilo o con l'aereo privato ed uno stuolo di segretari che procurano testa e gambe ad ogni tua decisione. "L'uomo povero non ha potere", come dicono i Sumeri (6c).

Ancora un esempio che testimonia come la situazione generale condizioni lo sviluppo delle abilità mentali: Thurnwald racconta di aver chiesto a un "primitivo" di contare; questi, essendo incapace di pronunciare la successione dei numeri isolata da qualsiasi contesto, immagina di contare dei maiali. Al 60 si ferma e sostiene di non poter andare oltre... perché nessuno è tanto ricco da possederne di più (18b).

Andiamo agli anni Sessanta, nelle campagne dell'entroterra marchigiano, nei giorni della macellazione del maiale. Molti contadini sanno lavorare la carne di maiale. La confezione delle salsicce richiede dosi precise di sale, oltre che di spezie, da mescolare alla carne. Alcuni contadini si attengono all'antica tradizione, che vuole il rispetto di un rapporto preciso in once o in libbre. Per l'occorrenza si tira fuori la vecchia stadera. Normalmente, per pesare polli o conigli si usa

la stadera a chili, a etti, senza problemi. Ma con la *pista* (pesta, carne macinata) non si vogliono correre rischi. Infatti, ogni volta che si vuol convertire l'oncia in grammi, uno dice 30, un altro 33; trovato l'accordo, diventa problematico fare la moltiplicazione con il lapis, perché tutti hanno le mani unte. Il tempo è passato, i vecchi strumenti di peso non ci sono più e i nuovi "macellatori" ignorano l'antico sistema metrico. Questo vuol essere un semplice esempio sui motivi della persistenza di metodi obsoleti di misurazione.

Anche i vecchi sistemi di calcolo sopravvivono, sebbene inseriti in contesti più complessi. Ciò avviene perché in ambiti ristretti risultano ancora efficaci. Prendiamo dei bambini alle prime armi con le addizioni scolastiche. Se noi chiediamo la somma di 8 e 7, li vediamo armeggiare con le dita e poi trovarsi in difficoltà, perché con le dita delle due mani possono arrivare solo a 10, e le dita dei piedi risultano inaccessibili, essendo racchiuse nelle scarpe. A questi bambini possiamo insegnare una scorciatoia. Chiamando in causa la vecchia base 5, possiamo mostrare la scomposizione dei due numeri in $5+3$ e $5+2$, quindi far sommare i due 5 e gli altri numeri minori.

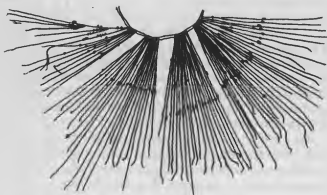
L'uso delle cordicelle annodate per conservare memoria di qualcosa non è limitato al mondo incaico. Se ne è fatto ampio uso anche nel vecchio mondo fino a tempi recenti. Al tempo di Dario, i Greci delle coste "turche" fanno parte dell'impero persiano e pertanto i loro soldati partecipano alle campagne di guerra. Si racconta che Dario abbia affidato la difesa di un ponte a un contingente greco, con l'ordine di tenerlo due mesi; per maggior sicurezza, egli lascia una cinghia sulla quale sono stati fatti 60 nodi: se ne deve disfarne uno al giorno. Dopo aver disfatto l'ultimo nodo, gli uomini potranno tornarsene a casa.

Gli Ebrei osservanti, durante le preghiere, indossano un corto mantello, dal quale pendono delle cordicelle annodate. I nodi corrispondono ai numeri 26 o 39, se-

condo le diverse tradizioni. Il 26 significa "Yahweh" (sommando il valore numerico delle consonanti); il 39 vale "Yahweh è unico". Restando nello stesso ambito, tutti ricordano i Pubblicani. Sono addetti alla riscossione della tassa obbligatoria a favore del Tempio di Gerusalemme; pur di cavar quattrini non vanno tanto per il sottile, ed è comprensibile che siano malvisti. L'avvenuta riscossione viene registrata facendo dei nodi su un mazzo di cordicelle, e come ricevuta si rilascia un pezzo di cordicella annodata in un modo particolare. È nella memoria di tutti il racconto evangelico del Cristo che caccia i mercanti dal recinto del Tempio con un fascio di cordicelle.

Nel Perù, l'uso del *quipu* non cessa col venir meno della potenza Inca. Continua ad essere impiegato dai pastori per l'inventario del bestiame, fino al secolo scorso. In un primo gruppo di cordicelle, bianche, essi registrano ovini e caprini, seguendo un ordine convenzionale, per cui una cordicella è destinata ai montoni, una agli agnelli, ecc. Le cordicelle del secondo gruppo, verdi, sono riservate ai bovini: tori, mucche da latte, vitelli... Gli ambiti di utilizzazione del *quipu* sono così vasti che in ogni città della tribù Ciudi opera un funzionario addetto alla "compilazione" e alla decifrazione dei messaggi inviati tramite questo strumento. Attualmente si usa il *chimpu*, formato da alcune cordicelle unite. In esso, le unità vengono registrate eseguendo nodi su una sola cordicella; le decine sono rappresentate con nodi che tengono insieme due cordicelle, le centinaia tre cordicelle, ecc.

Per concludere l'argomento, si propone una riflessione dello studioso Pablo Macera: "Quanto ai *quipus*, cordicelle alle quali si apponevano nodi che avevano particolari significati ed esprimevano quindi pensieri, essi simulano trecce di donna, perché pensieri e capelli escono tutti dalla testa. Gli indiani Chincheros nel Perù, e gli Urochipayas in Bolivia, che usano appunto i *quipus*, li leggono solo ponendosi davanti a sé una

parrucca di donna con trecce, che viene conservata in una borsa di pelle di volpe, simbolo femminile di astuzia" (21a).

Particolare di un quipu.

Anche la pratica dell'intaglio conserva la sua validità nel corso dei millenni come strumento per numerare. Ma "quando volevano formare un numero grande l'era molto scommodo nel fare tanti punti, o segni, alcun altri ritrovarono tre abbreviature, la prima fu una croce .X. e volsero che rappresentasse dieci di quelli punti, la seconda fu la quinta vocale V e volsero che significasse cinque, e la terza fu una linea obliqua cioè / e volsero che significasse 50 e questo perché tali segni commodamente si potevano intagliare nelle taglie suddette, si come sino al giorno di hoggi si costuma" (15c).

I pastori analfabeti della Sicilia sud-orientale spesso trovano utile associarsi periodicamente fra di loro, unendo le loro poche bestie. Dopo aver preparato dei bastoncini della stessa dimensione, si recano da un "littiratu", cioè da uno che sa scrivere, per far incide-

re il nome di ognuno su un lato del bastoncino. Poi, con tacche di forme diverse, annotano il numero e il tipo di animali messi in società. Mensilmente provvedono ad aggiornare la situazione circa il numero di capi e la produzione di latticini. Lo strumento è detto *calannariu* ("calendario") e il contratto ad esso sotteso resta in vigore per un anno, dal settembre all'agosto dell'anno successivo. Pare che il *calannariu* sia stato usato fino agli anni Cinquanta.

Calannariu dei pastori siciliani.

La testimonianza del Ricci sul modo di rappresentare un numero "nelle taglie si come costumano li Fornari" indica quanto il sistema sia diffuso a livello popolare per la semplicità dei segni e per l'assoluta impossibilità di falsificare i dati. Infatti, il listello originario viene tagliato in due secondo la lunghezza: metà resta al fornaio e l'altra metà viene consegnata alla massaia. Per ogni acquisto a credito, il fornaio

riunisce le due parti del listello, vi traccia le tacche necessarie e restituisce alla massaia la sua copia. Il sistema delle tacche sopravvive ancora in alcune birrerie di Monaco: infatti, man mano che il cliente ordina birre, i camerieri sono soliti tracciare una tacca sul cartoncino del sottobicchiere. Alla fine, per fare il conto, basta contare le tacche.

Altro esempio di tecnica erudita sopravvissuta solo a livello popolare è dato dalla cosiddetta "moltiplicazione del contadino" (22a), che è esattamente la moltiplicazione degli Egizi.

Si vuol concludere citando a memoria un racconto di Tolstoj intitolato *I fratelli del re*. Un mendicante chiede al re l'elemosina dicendo: "Siamo tutti fratelli, in Dio, e dobbiamo dividere tra noi ogni cosa". Il re gli dona una moneta d'oro. Il mendicante si mostra insoddisfatto e replica: "Tu possiedi milioni di monete d'oro e a me ne hai data una sola. Dividere significa fare a metà". Il re risponde che ha tanti fratelli quante sono le sue monete d'oro e per questo gliene dà una sola. Al di là di eventuali considerazioni sull'arroganza del mendicante, possiamo individuare nel suo "dividere a metà" il sopravvivere di una tecnica molto antica secondo la quale una divisione si esegue attraverso successivi dimezzamenti.

XI. MATEMATICA E MAGIA

1. *I numeri e gli dei*

Il mondo dei numeri è così importante presso i popoli antichi, da avere una divinità preposta. Presso i Sumeri è la dea vergine Nidaba; i Babilonesi invece attribuiscono l'incarico a Nabu, il segretario degli dei. Le stesse divinità sono associate a un numero che ne determina anche la posizione gerarchica.

60 = Anu, dio della perfezione e padre di tutti gli altri dei.
50 = Enlil, dio dell'acqua.
40 = Ea, dio della terra.
30 = Sin, dio della luna, che regola i 30 giorni del mese.
20 = Shamash, dio del sole.
6 oppure 10 = Adad.
10 = Marduk.
15 = Ishtar, figlia di Anu, regina degli dei.

Ogni numero, fra 1 e 60, è assegnato a un dio.

Quando il predominio sulla Mesopotamia passa saldamente in mano a Babilonia, anche il dio tutelare, Marduk, è "promosso" e sostituisce Enlil.

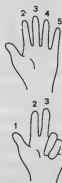
I sacerdoti della Mesopotamia, sempre impegnati a indagare sul destino degli uomini e dell'universo, si interessano al contenuto magico dei numeri. Non per

cia oggi ad eseguirle? Per l'umanità è ben difficile rispondere; per il bambino, fra i due e i tre anni, quando appunto comincia a contare. Naturalmente, il nostro bambino viene aiutato e si aiuta, come gli antichi si aiutarono con i sassi, presumibilmente allineati, i nodi sulla corda e le dita delle mani. Dito, dito, dito, che si possono estendere e ritrarre; ed una volta fissata la serie numerica, permettono di controllare visivamente quanto si sta facendo e si è fatto.

Intanto, un nome differente viene assegnato ad ogni ripetizione, con le ben note – ma certo successive – varianti. In breve, se ciò che si fa viene tutto conservato, collezionato, abbiamo i numeri oggi detti cardinali, 1, 2, 3, ecc.; se viene mantenuto soltanto il risultato dell'ultima ripetizione abbiamo gli ordinali, 1°, 2°, 3°, ecc.; se si indica la ripetizione, abbiamo gli iterativi, bis, ter, quater, ecc.; se si indicano insieme la collezione e gli elementi abbiamo il duo o duetto, il trio o terzetto, il quattro o quartetto, ecc. Pensando all'appaiare nasce il "paio", all'accoppiare nasce la "coppia". E così via.

Anche per le operazioni sulle serie, la mano è stata meravigliosa per adottare la regola che, prima e dopo le operazioni, il numero delle unità resti uguale.

Ecco la mano e la serie:

ho 3 dita stese:

niente la parola “magico” viene da “re magi”, l’appellativo usato nei Vangeli per indicare i re-sacerdoti-sapienti che vengono da Oriente.

Il numero 3 significa perfezione; tutte le religioni antiche hanno le famose triadi. Per limitarci alla Mesopotamia: la triade cosmica Anu, Ea, Enlil (Cielo, Terra, Acqua) e la triade astrale Sin, Shamash, Ishtar (Luna, Sole, Venere). I cristiani hanno la Trinità.

Il numero 7 comprende le due triadi precedenti e il dio del fuoco Nusku; ma 7 sono anche i più terribili demoni mesopotamici, responsabili di ogni sciagura, detti “i Sette” o “Sibitti”.

Gli edifici sacri sono costruiti sulla base di rapporti dimensionali fissi e segreti. In una tavoletta dell’Esagil (tempio di Marduk) sono riportati calcoli e dimensioni relativi alla Torre di Babele. Inoltre, vi è scritto: “... queste notizie l’iniziato le trasmetta all’iniziato. Ma il profano non deve conoscerle” (11a).

I numeri 3, 7 e 60 godono di particolare predilezione presso i popoli mesopotamici. Il 3, il 7 e altri numeri “magici” di varia provenienza sono giunti fino a noi, anche con nuovi contenuti, attraverso la religione, l’astrologia, la numerologia, l’alchimia e le simbologie delle sette segrete.

2. *La ghematria*

L’uso promiscuo di segni validi come lettere e come numeri conduce allo sviluppo di molti codici usati per messaggi segreti, e di quella “scienza” che i Greci chiamano *isopsefia* e gli Ebrei *ghematria*. Sono tecniche molto sofisticate di cui fanno largo uso gli oracoli, i maghi e gli esegeti delle Sacre Scritture. Queste tecniche sono ampiamente descritte da Ifrah nella sua *Storia universale dei numeri*.

Qui basti ricordare che si ricorre a tali tecniche per dare un nome alla Bestia dell’Apocalisse, cioè l’Anti-

cristo, che l'evangelista Giovanni indica col numero 666.

"... e che nessuno possa comprare o vendere all'infuori di chi ha il marchio, che è il nome della bestia selvaggia o il numero del suo nome. Qui sta la SAPIENZA. Chi ha INTELLIGENZA calcoli il numero della bestia selvaggia, poiché è un numero d'uomo: e il suo numero è seicentosessantasei" (*Apocalisse*, 13, 17/18).

Di volta in volta, nel 666 si vuol riconoscere Nerone, Diocleziano, i Romani in genere e, da ultimo, Lutero. Ma i luterani non perdono l'occasione per ribattere che la Bestia è proprio il Papa (*Vicarius Filii Dei*), considerando la somma di quelle lettere che corrispondono a numeri romani:

V	I	C	a	r	I	V	s	f	I	L	I	I	D	e	I
↑	↑	↑			↑	↑			↑	↑	↑	↑	↑		↑
5	+1	+100			+1	+5			+1	+50	+1	+1	+500		+1

= 666

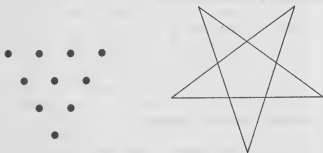
3. *I numeri secondo i pitagorici*

Al pari dei Babilonesi, i pitagorici attribuiscono specifiche caratteristiche ai numeri:

"Il numero uno è il generatore dei numeri ed è il numero della ragione; il numero due è il primo numero pari o femminile, il numero dell'opinione; tre è il primo vero numero maschile, il numero dell'armonia, essendo composto di unità e diversità; quattro è il numero della giustizia o del castigo, e indica il far quadrare i conti; cinque è il numero del matrimonio, l'unione del primo vero numero maschile con il primo numero femminile; e sei è il numero della creazione" (8f).

La stella a 5 punte o pentaclo è il segno di riconoscimento dei pitagorici. È simbolo di pienezza, di

benessere e di salute; col passare del tempo viene adottato come amuleto da maghi e ciarlatani.

Il 10 o *tetractys* gode di speciale venerazione, non perché corrisponda al numero delle dita delle mani, ma perché è ritenuto il numero dell'universo e la sintesi di tutte le dimensioni geometriche. Viene rappresentato sotto forma di punti disposti a triangolo. È il risultato della somma dei numeri 1, 2, 3, 4. Il numero 1, un punto, è il generatore delle dimensioni; 2, cioè due punti, dà luogo a una linea e perciò indica una dimensione; 3, un triangolo, ovvero la figura piana, due dimensioni; 4, il tetraedro (piramide a base triangolare), un corpo solido, perciò tre dimensioni.

Il pentaclo e la tetractys.

4. *Il dotto astrologo*

Nell'impero romano, compresa la capitale, imperversano culti e sette di ogni genere, fra i quali prevalgono quelli di provenienza mesopotamica, persiana ed egizia. Al di fuori delle cerchie degli eruditi, aritmetica, superstizione, magia e astrologia formano un amalgama buono per tutti gli usi, e molto vitale. Perfino Tolomeo scrive un'opera di astrologia in quattro libri: *Tetrabiblos*. Sostiene che, "se talvolta ci si sba-

glia, non deve essere condannata questa scienza nel suo insieme: forse che noi respingiamo l'arte di condurre vascelli perché sovente capitano naufragi? In una così alta e divina scienza conviene senz'altro accettare con gioia quanto ne possiamo ricavare, senza tuttavia pretendere in essa la certezza che ci danno quelle arti che possono essere esattamente investigate dallo spirito umano" (23a). Una delle difficoltà che impediscono all'astrologia di assurgere a scienza esatta, secondo Tolomeo, deriva dalla configurazione delle stelle, che muta anche nel breve volgere di un secolo. È quantomeno confortante l'affermazione di Tolomeo secondo cui "non bisogna poi credere che tutte le cose accadano agli uomini per cause celesti... come se ci fosse una legge per ogni cosa che, non essendovi nulla che la possa contraddire, imponga una necessità assoluta" (23b).

Tolomeo ci informa che presso gli Egizi gode di grande prestigio la "iatromatematica", una scienza che coniuga medicina e astrologia non solo per la cura dei malanni, ma anche per la prevenzione degli stessi con l'uso di opportuni antidoti e rimedi, "mezzi per stornare i mali, presenti o futuri, comuni o particolari" (23c).

Segni zodiacali intorno alla dea del cielo Nut (1°/2° sec. d.C.).

XII. DAI PALLOTTOLIERI ALLE CALCOLATRICI

1. *Gli strumenti e il calcolo*

Come abbiamo già detto, da sempre l'uomo si avvale di strumenti nell'espletamento delle sue attività, e in particolar modo per quelle ripetitive, faticose e che non richiedono fantasia o intelligenza.

L'attività di calcolo, proprio a causa della raffinatezza degli algoritmi messi a punto in secoli di evoluzione, richiede che gli stessi siano eseguiti in maniera assolutamente esatta, meccanica e uniforme: il calcolare, perciò, risulta noioso e privo di fascino.

Oltre a ciò, la progressiva complicazione delle attività sociali ha reso necessario un numero sempre maggiore di persone capaci di risolvere problemi matematici. Un numero così ampio che spesso si è dovuto ricorrere anche a persone con un livello di istruzione piuttosto basso.

Questa situazione ha portato alla creazione di una serie di "macchine" capaci di "calcolare", o quanto meno di fornire risposte a problemi di carattere matematico.

Queste macchine si possono raggruppare in due grandi categorie, le macchine vere e proprie e quelle che nell'introduzione abbiamo chiamato "macchine astratte", ovvero una serie di metodi di calcolo e di

prontuari di calcoli risolti (le tavole numeriche) atti a potenziare le possibilità del lavoro matematico.

Inoltre, considereremo anche lo sviluppo delle macchine programmate, come automi, carillon, ecc., e quello delle macchine "autoregolantisi", come il "regolatore di WATT", i termostati e simili; questo perché la confluenza dei tre filoni evolutivi indipendenti - capacità di calcolo, capacità di programmare una sequenza di operazioni e capacità di autoregolazione - ha portato alla nascita e allo sviluppo dei calcolatori.

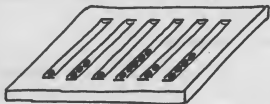
2. *Abaco e pallottoliere*

La più antica macchina da calcolo è sicuramente il "pallottoliere" o "abaco", di cui si ha notizia fin dall'antichità.

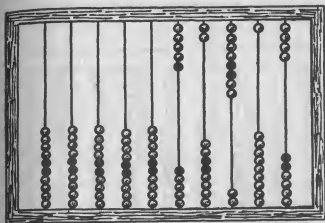
Gemma: calcolatore etrusco.

La relazione tra questo oggetto e i primitivi *calculi* dei Sumeri è molto chiara: si tratta di una serie di *calculi* organizzati in una struttura stabile, che facilita la loro trasportabilità e manipolazione.

Rientrano nella categoria degli abaci oggetti formati da tavolette coperte di sabbia, cera o altra sostanza

"disegnabile", che permettono di spostare dei sassolini in una serie di solchi; un altro modello di "abaco" è costituito da tavolette nelle quali i solchi sono scavati in modo permanente e nei quali vengono posti i sassolini necessari; in genere, comunque, questo tipo di strumenti usufruisce di una serie di oggetti che rimangono liberi e vanno conservati a parte, mentre le operazioni si svolgono aggiungendo o togliendo sassolini dal piano di scrittura.

Abaco.

I pallottolieri, invece, sono più moderni, le prime notizie relative alla loro esistenza risalgono al III secolo a.C.; sono costituiti da una struttura di stecche sulle quali è infilato in maniera stabile un certo quantitativo di palline forate. In questo strumento il quantitativo di "sassolini" è fisso e la posizione della pallina indica se essa sia da considerare o meno nel conteggio.

In effetti, si ha una certa differenza di organizzazione tra pallottolieri e abaci, ma sul piano logico e operativo questi due strumenti sono completamente sovrapponibili: hanno entrambi una struttura che serve a organizzare in maniera stabile un gruppo di palline, gettoni, sassolini o simili, in modo da mettere a disposizione dell'operatore una serie di "segni" materiali che indichino gli oggetti o i gruppi di oggetti su cui si opera. Questa struttura ha subìto l'influenza dei diversi passi compiuti dal pensiero matematico, tra i

Scoty.

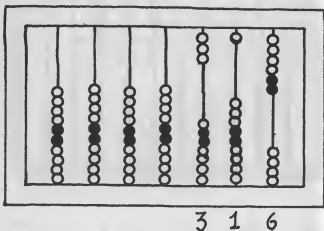
quali, per ultima, la notazione posizionale, diventando così uno strumento di calcolo molto potente e versatile.

Va notato che l'uso continuo di questo strumento ha diffuso, sul piano della cultura di massa, la padronanza dei concetti relativi alle proprietà delle operazioni di somma e di sottrazione: ad esempio, la pratica della somma su uno *Scoty*, il pallottoliere tuttora in uso in Russia, comporta una continua attività di complementazione del numero considerato a dieci.

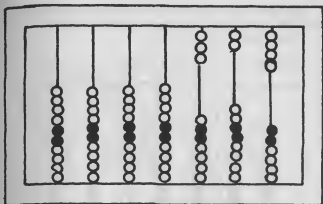
Diamo ora un esempio di come si effettua l'operazione 316 + 428 (i lettori possono seguire la spiegazione eseguendo materialmente le operazioni descritte su un pallottoliere: quello del figlio, o anche uno di fortuna realizzato con materiali a portata di mano).

3. *Una somma con il pallottoliere*

Si inizia "scrivendo" il primo numero (316): sulla

stecca più a destra sposteremo sei palline, su quella successiva ne sposteremo una e sulla terza ne sposteremo tre.

Somma sullo Scoty 1°.

Come si può facilmente vedere, le diverse stecche stanno per gli ordini di grandezza della notazione decimale, mentre il numero di palline spostato su ogni stecca indica quante unità di quel certo ordine di grandezza vanno considerate.

Il secondo passo consiste nell'aggiungere il secondo numero (428); dovremmo spostare otto palline sulla stecca più a destra, le quali, unite alle sei spostate precedentemente, farebbero un totale di quattordici palline spostate, ma questo non è possibile in quanto ve ne sono solo dieci, perciò dovremo ricorrere allo spostamento di una pallina sulla seconda stecca per indicare il raggiungimento di una decina completa, e poi lasciare quattro palline spostate sulla prima per indicare che nella somma delle unità, dopo il raggiungimento della decina, avanzano ancora quattro unità.

Somma sullo Scoty 2°.

Tutto ciò appare piuttosto complesso nell'esposizione verbale, ma qualsiasi prova vi mostrerà la sostanziale semplicità delle operazioni descritte, che sono esattamente equivalenti alle operazioni logiche che compiamo quando diciamo che 6 + 8 dà quattordici, e cioè una decina da "riportare" e quattro unità; con la differenza che sul pallottoliere l'operazione logica ha il supporto materiale di una trasformazione visibile, mentre operando con carta e penna tutta l'operazione deve avvenire sul piano logico, e sulla carta si riporta solo il risultato. A questo punto dobbiamo ripetere l'operazione per le decine operando sulla seconda stecca: su questa abbiamo, oltre alla decina "scritta" inizialmente, anche una seconda decina ottenuta dalle unità con il "riporto"; a queste due aggiungiamo altre due palline, a indicare l'aggiunta delle decine contenute nel secondo addendo, e otteniamo così alla fine lo spostamento di quattro palline.

L'operazione si completa effettuando la somma anche sulla stecca delle centinaia; su questa stecca erano già state spostate tre palline, ora ne spostiamo altre quattro ottenendo così sette palline spostate.

ne voglio aggiungere 2 e le stendo:

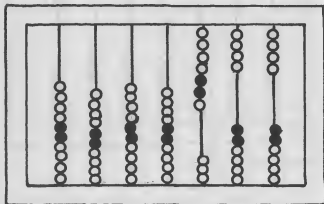
sono affiancate alle altre e conto:

cioè $3 + 2 = 5$.
Ho 5 dita stese:

ne voglio togliere 2 e le ritraggo:

conto le dita rimaste:

cioè: $5 - 2 = 3$.

L'operazione è terminata, non resta che leggere il risultato, e cioè sette centinaia, quattro decine e quattro unità: 744.

Somma sullo Scoty 3°.

Il risultato è chiaramente giusto e lo si è ottenuto con una serie di operazioni che, con un minimo di pratica, diventano semplici e veloci; inoltre essendo legate ad azioni fisiche che comportano materialmente l'aggiunta di oggetti e il riporto di quantità da una stecca all'altra, esse sono anche facilmente comprensibili da chi abbia difficoltà nell'organizzazione del pensiero a livello astratto.

4. *Gerberto d'Aurillac*

In Europa l'uso di questo tipo di strumenti ha raggiunto, con le modifiche introdotte da Gerberto d'Aurillac, la sua forma più strutturata ed efficace intorno all'anno mille. Questa versione, che innovò il calcolo sull'abaco, invece delle palline si avvaleva di getto-

ni, sui quali era segnato il valore di una cifra "araba".

Abaco di Gerberto d'Aurillac.

Si otteneva così la scrittura di più numeri in una volta, facilitando in maniera notevole le operazioni di somma e sottrazione. Era infatti possibile la verifica in modo molto più semplice: rimanevano "scritti" sia gli operatori che il risultato, si aggirava il problema della mancanza del segno per lo zero (bastava non mettere il gettone in una certa casella) e alla fine del lavoro si trascriveva il risultato su carta usando la notazione romana.

Questo strumento si impose per la sua versatilità, facilitando l'attività di commercianti e matematici; dopo due o tre secoli, però, divenne un freno alla diffusione della notazione completa e degli algoritmi di calcolo ad essa collegati, perché, nonostante la superiorità concettuale delle nuove tecniche, queste non davano vantaggi apprezzabili nella pratica quotidiana.

La situazione provocò addirittura una contesa, tanto aspra da diventare a volte violenta, tra "abachisti"

– i sostenitori dell'attività di calcolo mediante l'abaco – e "algebristi" – i sostenitori dell'uso della notazione "araba" e del calcolo con i nuovi algoritmi.

Lentamente i metodi degli "algebristi" si affermarono, e la comparsa di altre e più perfezionate macchine da calcolo rese la questione superata di fatto. Comunque, continuava ancora ad esistere alla fine del Settecento una notevole quantità di persone, in specie nei mercati dei paesi e nelle realtà periferiche, che utilizzavano l'abaco per i loro calcoli.

La questione fu risolta in modo definitivo dall'intervento autoritario di Napoleone, che vietò in tutta Europa l'insegnamento delle tecniche di calcolo mediante l'abaco, facendo così sparire dal nostro bagaglio culturale questo strumento che invece sopravvive altrove (in Russia sotto il nome di *Scoty*, in Giappone come *Soroban*, in Cina come *Suan Pan*, ecc.).

Il pallottoliere è senza dubbio uno strumento di calcolo molto valido, con caratteristiche eccezionali di economicità, di assenza di consumo energetico, di affidabilità meccanica e aritmetica, di semplicità, sia nella costruzione che nella manutenzione, e di facilità d'uso: ciò spiega la sua straordinaria diffusione e la sua longevità. Si può parlare anzi di macchina quasi perfetta, paragonabile, nel campo dei mezzi di trasporto, alla bicicletta, se si pensa che esso è sopravvissuto per migliaia di anni e ha fatto fronte a esigenze tanto diverse, come quelle delle popolazioni etrusche e quelle dell'Europa del Seicento, o addirittura quelle del Giappone degli anni cinquanta o della Russia della stessa epoca.

Solo ora, sotto l'attacco delle calcolatrici elettroniche tascabili, il pallottoliere sta sparendo, come strumento operativo, praticamente dappertutto.

Con esso sparisce un'impostazione che vedeva lo strumento matematico supportare e non sostituire l'attività umana, mentre le macchine attuali, invece, sono basate appunto su una logica di sostituzione. Il

pallottoliere mantiene comunque un notevole valore sul piano didattico e formativo, proprio per il fatto che richiede all'operatore un'attività che comprende tutti i passaggi logici necessari all'esecuzione delle operazioni.

5. *La comparsa delle macchine da calcolo*

Nei secoli XV e XVI, la scoperta e la messa a punto di molte macchine, tra cui le armi a lunga gittata, come i cannoni e i mortai, fu una delle ragioni che spinsero a effettuare, rapidamente, calcoli per determinare la traiettoria dei colpi. Non essendo il personale destinato al maneggio di queste armi dotato di troppa istruzione, comparvero vari strumenti, tra i quali l'"archipendolo", inventato dal matematico bresciano Nicolò Tartaglia, capace di determinare la gittata del pezzo in base alla sua elevazione; da questi attrezzi Galileo fece derivare uno strumento che da alcuni è considerato la prima tappa sulla strada delle moderne "macchine da calcolo": il compasso geometrico-milita-

Compasso Galileo.

re. Esso era dotato di varie scale e artifici che permettevano di determinare le altezze, le distanze, le pendenze, i lati dei poligoni regolari inscritti in un certo cerchio; inoltre aiutava nell'estrazione di radici cubiche.

Altro strumento matematico, questa volta concettuale, messo a punto in quell'epoca e legato alla necessità di comprendere e predire il comportamento dei mortai, è il triangolo di Tartaglia, che allora serviva per prevedere la dispersione dei colpi intorno all'obiettivo, mentre oggi viene utilizzato nelle scuole per determinare i coefficienti di uno sviluppo binomiale.

Negli stessi secoli che videro la nascita delle armi da fuoco, si ebbero molte altre invenzioni nel campo della meccanica: i mulini permisero un utilizzo controllato delle ingenti risorse energetiche fornite dall'acqua e dal vento, mettendo a disposizione degli uomini quantità di energia inimmaginabili fino ad allora; questa disponibilità portò alle prime realizzazioni nel campo della concentrazione delle risorse produttive, con la comparsa delle prime manifatture.

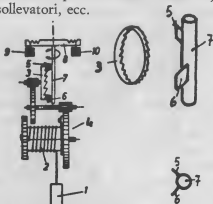
Sempre nel Cinquecento furono costruiti i cannocchiali, ma soprattutto gli strumenti di misura del tempo: orologi e clessidre, che determinarono nuove trasformazioni concettuali.

6. *Altre macchine*

Fin dall'antichità, la misura del tempo era affidata alle meridiane oppure agli orologi ad acqua. Le prime avevano l'ovvio limite di fornire informazioni solo quando il cielo era sufficientemente sereno, mentre i secondi, nonostante le numerose modificazioni per renderli più precisi, rimasero sempre piuttosto inefficienti.

È intorno al 1300 che compaiono sia le prime clessidre che i primi orologi a bilanciere: le clessidre, con la sabbia al posto dell'acqua e la loro facile trasporta-

bilità, si diffusero immediatamente come strumento affidabile, di semplice manutenzione ed economico, tanto che sopravvissero per alcuni secoli: il loro limite consisteva nel fatto che non erano utilizzabili per misurare intervalli di tempo più lunghi di qualche ora. Gli orologi a bilanciere costituiscono invece la realizzazione di un'idea del tutto nuova, che si dimostrerà vincente, nella misura del tempo: esso viene scandito con il ripetersi di un evento "isocrono", che richiede cioè sempre lo stesso tempo per svolgersi.

Queste nuove macchine avevano la stessa struttura concettuale degli attuali orologi: una parte del meccanismo forniva energia, ed era costituita da un peso che faceva girare un rullo, derivato probabilmente da vari congegni di sollevamento; una seconda parte conteneva il meccanismo dell'evento isocrono, ed era costituita da uno scappamento ad asse (la vera idea nuova); infine, una parte contava gli eventi e forniva la misurazione dello scorrere del tempo, essendo costituita da un insieme di ingranaggi che movevano le lancette. Questa parte era probabilmente derivata da congegni di demoltiplica di movimenti vari, come i mulini, i sollevatori, ecc.

Scappamento a verga.

L'idea della partizione del tempo mediante un evento ritmico è ancora alla base di tutti i misuratori di tempo, anche i più sofisticati, costruiti attualmente. I limiti della tecnologia meccanica del Quattrocento fecero sì che gli orologi con bilanciere presentassero errori di misurazione dell'ordine della decina di minuti al giorno, al pari delle clessidre; fu un significativo salto in avanti rispetto all'aleatorietà completa.

Gli orologi di questa epoca hanno spesso solo la lancetta delle ore, affiancata a volte da indicazioni della data, della fase della luna e da altre informazioni astronomiche o astrologiche; la lancetta dei minuti primi mancava, essendo considerata priva di interesse; questa situazione durò fino al Seicento.

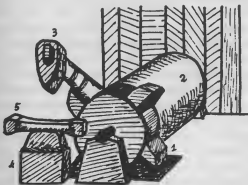
Come tutti sanno, all'inizio del Cinquecento fu creata la stampa a caratteri mobili; da sempre si conosceva la possibilità di realizzare molte copie di una figura, se questa era incisa su una matrice di legno, ma ogni matrice, scolpita a mano, poteva essere utilizzata per una sola figura: questo rendeva il metodo poco utilizzabile per la produzione di testi scritti. Infatti, ogni pagina avrebbe richiesto un lavoro enorme e offerto risultati pratici molto limitati.

Il metodo della stampa a caratteri mobili fu messo a punto da un monaco tedesco: vennero cioè realizzati tanti piccoli "timbri", ognuno recante una lettera, e mediante la loro composizione si ottennero intere pagine stampabili; tale metodo offriva il vantaggio di ridurre i costi di una matrice di testo; infatti, ogni lettera poteva essere riutilizzata molte volte, scomponendo la matrice al termine del lavoro.

L'invenzione propiziò l'economicità di diffusione delle informazioni e delle idee, ed è facilmente collegabile con la riforma protestante, che si impose pochi anni dopo proprio in Germania.

7. *Il meccanicismo e gli automi*

La disponibilità di questi strumenti, unita all'allargamento delle possibilità economiche dovuto alla scoperta e alla colonizzazione dell'America e delle coste africane da parte delle potenze europee, portò alla comparsa di un modo di pensare che sarà all'origine dello sviluppo, a partire dal Seicento, del *meccanicismo*: la macchina, con la sua catena di cause ed effetti, materializzati in leve e ingranaggi disposti logicamente in vista del raggiungimento di un fine preciso, diventa un modello per la comprensione della realtà; cominciò a farsi strada l'idea che, oltre al ragionamento filosofico astratto, anche lo studio delle catene causali che portano a certi effetti costituisse una forma di conoscenza utile e costruttiva, e alle speculazioni sul "perché" finalistico di un certo fatto si affiancarono ricerche sul "perché" causale.

Esiste anche un importante aspetto del mutamento culturale avvenuto: la maggiore dignità riconosciuta alle macchine rende più accettabile l'idea che uno strumento meccanico possa eseguire compiti matematici.

Maglio.

Nello stesso ampio arco di anni, che va dagli Etruschi al XVI secolo, sulle linee di sviluppo delle macchine programmate, nasce il maglio come primo esempio di macchina capace di eseguire una "sequenza" di operazioni, mentre Erone e altri (I secolo d.C.) progettano macchine mosse da corde di lunghezza determinata avvolte intorno a cilindri.

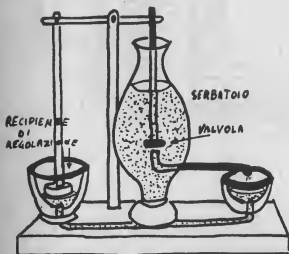
Dalla fusione di queste due deriva il concetto di cilindro programmatore. Al-Jazari nel Duecento descrive un "cilindro a schegge", che azionava leve di comando di alcuni oggetti, come ad esempio un "orologio elefante", strumento che, mediante il movimento di una folla di automi, variamente allegorici, scandiva il passare del tempo.

Questa idea trova la sua massima espressione antica nel "Teatrino di Erone", macchina programmata nella quale una serie di "automi" compie azioni determinate appunto dalla rotazione di un cilindro dentato, che attiva ora questa ora quella delle figure: ancora oggi si possono vedere presepi mobili costruiti in base agli stessi princìpi. Anche nei *carillon* la sequenza delle note da emettere è programmata proprio utilizzando un cilindro dentato.

Le macchine che compiono azioni programmate si sviluppano nei secoli XVI e XVII con la costruzione di automi che adornano molti orologi cittadini, fino ad arrivare alla produzione di oggetti complessi e sofisticati, gli *Jacquemart*, che con la loro carica di simbolismo e di immagine entrano nella vita di alcune fra le città più importanti del Seicento; molti di essi vengono inclusi in leggende, canzoni e tradizioni popolari.

Oggigiorno, gli alberi a camme che regolano l'apertura e la chiusura delle valvole nei motori a scoppio, in sincronismo con il movimento dei pistoni, sono un'applicazione tecnologicamente evoluta dello stesso principio.

Per quanto riguarda infine l'autoregolazione, sem-

pre ad Erone è attribuita l'invenzione di alcuni regolatori per distribuire liquidi, basati sul principio di retroazione; in questi apparecchi il peso del liquido fuoriuscito muove una leva che blocca l'afflusso, oppure è il livello dello stesso, rilevato mediante galleggiante, a compiere la medesima funzione.

Distributore di vino.

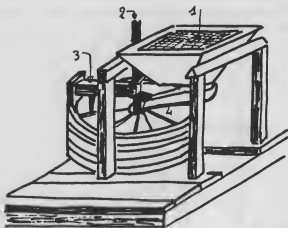
Questo principio viene ripreso da alcuni pensatori arabi, poi si assiste alla sua apparente scomparsa per tutto il medioevo, fino a che nel Settecento esso viene riesumato in forma chiara dagli ingegneri inglesi, impegnati nella costruzione di mulini a vento.

A dire il vero, nel Duecento-Trecento compare in Olanda un abbozzo di meccanismo nei mulini a vento che serviva a regolare la quantità di grano mandata alla macina in base alla forza del vento, ma questa invenzione dovuta al buon senso di qualche artigiano non si diffuse, e probabilmente non era conosciuta dagli ingegneri inglesi che riaffrontarono in seguito il tema.

Non credo possa esservi dubbio che i numeri sono nati applicati agli osservati, le dita, i sassi, e prima ancora forse gli stessi uomini, gli alberi, le capanne, ecc. assunti come singolari e come plurali, certamente come oggetti, e poi contati, dopo aver avuto successo con l'uno ed i più, i pochi ed i tanti, ecc. Non c'è dubbio perché, tanti millenni dopo, ancora lo studioso ingannato dal panconoscitivismo e panfisicalismo continuò a credere che il due si vedesse in ogni coppia di sassi o di dita, in ogni paio di uova.

Era ed è rimasto difficile liberare il mentale dall'osservativo. Il mentale, ripetiamo, non costa la fatica e lo sforzo dell'operare fisico, i suoi organi e funzionamenti non si vedono direttamente, ecc. È difficile resistere alla tentazione di "ricavare" dall'osservativo il mentale e convincersi che esso può fluire autonomo e soltanto così essere applicabile ad ogni cosa, che si troverà ad essere di volta in volta elemento o composto, parte o resto o tutto, soggetto od oggetto, causa od effetto, ecc.

Per i giochi con la trascendenza, cioè il presupposto delle cose sussistenti di per sé, richiesta dagli assoluti dell'ideologia, della religione, ecc., sarebbe stato traumatico.

Ma il processo liberatorio fu agevolato verso l'operare dell'uomo, e della futura macchina, dalla mediazione della coppia "fisico-mentale" rappresentata dalla parola, cioè dal nome dato ai numeri. La parola, infatti, non è che il prolungamento operativo fisico, che lo rende pubblico, dell'operare mentale. Come si è visto, si dirà "singolare", cioè quel suono, quella grafia, per designare le operazioni mentali che abbiamo visto esserne costitutive. Inizialmente, fra l'altro, si trattò della scrittura, se non ideografica, almeno suggestiva: per esempio l'1, con una sbarra, /, il 2 con due, //, il 3 con tre ///, ecc.; così come la figura sulla carta aiuta le operazioni richieste dalle figure geometriche, con l'aggiunta del posto in cui vanno eseguite: il punto, poi,

Regolatore mulino.

8. *Il Seicento*

Siamo così arrivati al Seicento, che è stato sicuramente un secolo fondamentale per la nostra storia. Solo ora cominciano ad apparire in maniera esplicita alcune delle realizzazioni più importanti che gettano le basi della situazione attuale.

Negli anni che vanno dal 1550 al 1617 abbiamo l'opera dello scozzese John Napier, il cui nome viene anche italianizzato in Nepero, che proprio nell'anno della sua morte pubblicò un libro, *Rabdologia*, nel quale, tra l'altro, presentava una sua invenzione: i regoli, che si chiamarono ovviamente "di Nepero".

Tale strumento affronta finalmente il problema delle moltiplicazioni; esse si possono ora eseguire semplicemente avvicinando le strisce adatte e leggendo il risultato.

I regoli erano stati preceduti di alcuni anni (1614) dall'introduzione dei logaritmi; anch'essi permettono di eseguire moltiplicazioni e divisioni di numeri, an-

Regoli di Nefero.

che molti grandi, semplicemente sommando o sottraendo tra di loro i numeri che si ottengono trasformando i due fattori della moltiplicazione di partenza.

Questo metodo di lavoro comporta una notevole perdita di precisione, ma offre una semplicità operativa che aumenta con l'aumentare delle dimensioni dei numeri da moltiplicare; il problema delle moltiplicazioni, comunque, continua ancora in epoca recente a preoccupare i matematici.

Nel 1620 Edmund Gunter costruisce in Inghilterra il primo regolo logaritmico, un'applicazione meccanica dei principi logici dei logaritmi.

Alcuni anni più tardi Descartes, tra gli altri ricchi frutti del suo pensiero, intuisce la possibilità di stabilire un'equivalenza tra geometria, lo studio dello spazio, e algebra, lo studio delle proprietà generali delle relazioni numeriche, arrivando così alla costruzione di quella che tuttora si chiama *geometria cartesiana* o *analitica*.

Negli stessi anni, il meno noto Fermat giungeva agli stessi risultati, sia pure con un'impostazione un po' diversa, ma per certi versi più "moderna".

L'idea consiste nello stabilire una corrispondenza biunivoca tra i punti di una retta e i numeri reali; da ciò deriva la possibilità di effettuare una corrispondenza tra i punti di un piano e coppie di numeri, i punti dello spazio e triplette di numeri. Si apre la strada alla scoperta, avvenuta due secoli dopo, che si possono concepire spazi a quattro o più dimensioni, disponendo anche di gruppi di quattro o più numeri, anche se questi non avranno ovviamente alcun riscontro nella nostra esperienza quotidiana.

Tale nuovo approccio permette di descrivere le proprietà spaziali di figure e/o trasformazioni su figure in termini di relazioni matematiche tra i numeri che "rappresentano" le figure stesse e viceversa, spalancando così un campo vastissimo all'indagine teorica e descrittiva.

La geometria viene liberata dalla schiavitù della riga e del compasso, cui era stata relegata da Platone, e si presenta allora l'occasione di studiare le "coniche". Queste sono una famiglia di curve che si possono immaginare generate dalla sezione di un cono ottenuta mediante un piano: tali curve, che comprendono l'ellissi e la parabola, erano già state intraviste da matematici del periodo greco, ma il loro studio non era stato sviluppato per il fatto che esse venivano considera-

te curve meno “nobili”, in quanto non era possibile costruirle ricorrendo esclusivamente a riga e compasso.

Per quanto riguarda l’algebra, viene ora sviluppata la teoria delle funzioni, grazie a un nuovo metodo di studio delle funzioni algebriche che consiste nell’esame della loro rappresentazione geometrica.

La geometria analitica pone anche le basi della teoria del calcolo infinitesimale.

La potenza di questo strumento logico è tale che ancora ai nostri giorni ha dato un frutto importantissimo: la *computergrafica*. Se esiste equivalenza tra figure e rappresentazioni aritmetiche, allora il calcolatore, che può trattare numeri, può trattare anche figure, sottoporle a trasformazioni, operazioni varie, ecc.

9. *La pascalina*

La perla delle realizzazioni meccaniche di questo secolo rimane però la *pascalina* (1642), costruita appunto da Blaise Pascal all’età di diciotto anni. È una macchina vera e propria, nel senso moderno del termine, capace di eseguire autonomamente somme e sottrazioni. La novità consiste nella meccanizzazione del procedimento del riporto, fino ad allora eseguito dall’operatore. Questa tecnica rimane alla base di tutte le successive macchine calcolatrici meccaniche fino ai giorni nostri.

La *pascalina* è formata da una ruota a dieci denti per ogni ordine di grandezza; il meccanismo del riporto è costituito essenzialmente dalla presenza su ogni ruota di un dente capace di far eseguire uno scatto alla ruota successiva per ogni suo giro completo. Questo accorgimento inizia il processo di meccanizzazione dell’operare matematico che non si è ancora chiuso.

Lo stesso Pascal e Fermat, che abbiamo già ricordato, iniziano a sviluppare anche lo studio della probabi-

lità: sono i prodromi della *teoria dei giochi*.

Gli studi matematici di quel secolo portano anche al primo abbozzo della futura *teoria degli insiemi*, e all'invenzione della notazione binaria. Quest'ultima fu descritta da Francis Bacon, che la considerava un metodo di codifica per messaggi segreti.

A=a a a a a	B=a a a a b
C=a a a b a	D=a a a b b
E=a a b a a	F=a a b a b
G=a a b b a	H=a a b b b
I=a b a a a	K=a b a a b
L=a b a b a	M=a b a b b
N=a b b a a	O=a b b a b
P=a b b b a	Q=a b b b b
R=b a a a a	S=b a a a b

Codice binario di Bacone.

A dire il vero, esisteva già, come abbiamo detto, un metodo per effettuare le moltiplicazioni messo a punto dagli egizi e poi diffusosi nel continente eurasiatico ("moltiplicazione del contadino"). Tale metodo si fonda sulla notazione binaria, ma la derivazione è comprensibile solo a posteriori e comunque nessuno aveva mai riflettuto sulle sue implicazioni.

10. *La rivoluzione industriale*

Non è casuale il fatto che il Seicento sia il secolo nel quale prende avvio la rivoluzione industriale: la serie sconfinata di problemi che essa comporta, sia sul piano socioeconomico che su quello organizzativo, ha riflessi immediati nella vita di tutti i giorni.

Per i proprietari degli opifici si trattava soprattutto

di controllare e governare fonti di energia di dimensioni mai neppure immaginate, mentre nel sociale prendeva consistenza il problema di adattare il governo della società alle nuove dimensioni assunte dalla produzione e dallo scambio delle merci. Diventava pressante anche la richiesta di servizi che sostenessero questa produzione: strade capaci di reggere volumi di traffico enormi per l'epoca, città capaci di ospitare grandi concentrazioni di lavoratori, ecc.

Questo insieme di condizioni spiega la straordinaria ricchezza intellettuale del secolo, ben rappresentata in campo architettonico dell'imporsi di uno stile, il barocco, che aveva appunto i caratteri della ricchezza e dell'estrema libertà di concezione.

Il secolo successivo, il Settecento, è caratterizzato per contro da una notevole povertà di idee innovative: si operò essenzialmente per una sistematizzazione delle scoperte precedenti. Furono messe a punto molteplici realizzazioni tecniche e scientifiche, e una riorganizzazione del tessuto sociale.

Il Settecento fu il secolo delle grandi rivoluzioni borghesi, quella americana e quella francese, che posero le basi della struttura politico-economica dell'Occidente. Queste rivoluzioni possono anche essere lette come lo sforzo di adattare la distribuzione del potere politico alla nuova situazione socio-economica.

11. *Saccheri e la geometria non-euclidea*

Un esempio classico di questa esigenza di sistematizzazione e razionalizzazione nella ricerca di fondamenti sicuri e affidabili del sapere è il lavoro di Gerolamo Saccheri, che pubblicò, ultima tra le sue opere, *Euclides ab omni naevo vindicatus*, un lavoro nel quale si cerca di dimostrare la necessità logica del famoso "quinto postulato" di Euclide. La questione è nota: tutta la geometria di Euclide si basa

su cinque postulati, dei quali i primi quattro sono "chiari ed evidenti", mentre il quinto si presta a varie contestazioni. Molti studiosi per secoli avevano tentato di dimostrare la necessità di questo "scomodo" postulato, in modo da rendere inattaccabile l'opera del maestro.

L'originalità del lavoro di Saccheri consiste nell'aver intrapreso, primo fra tutti, una strada che avrebbe poi permesso di distruggere l'idea del valore assoluto della geometria di Euclide: egli tentò, cioè, una dimostrazione *per assurdo*, sviluppando una geometria nella quale il quinto postulato non fosse valido, nell'intento di trovarvi delle contraddizioni che gli consentissero di arrivare a dimostrarne l'inaccettabilità.

Purtroppo, dopo la validissima intuizione metodologica, il suo desiderio di reperire eventuali incoerenze lo portò, nonostante un lavoro di ricerca che egli stesso definì "diuturnum proelium contra hypotesim anguli acuti", ad inventarsele lui stesso, e a concludere, in modo poco rigoroso, che l'ipotesi di partenza "ripugna alla natura della retta".

Così la scoperta delle geometrie non euclidee fu rimandata di un secolo.

Nel Settecento si sviluppano ulteriormente le macchine derivate dalla *pascalina*; tra queste segnaliamo la calcolatrice di Leibniz, realizzata nel 1694, capace di eseguire, oltre a somme e sottrazioni, anche moltiplicazioni e divisioni.

Leibniz, contemporaneamente a Newton, ma indipendentemente da lui, sviluppò anche l'idea del calcolo infinitesimale, il quale rappresenta uno dei punti più alti di un'impostazione matematica collegata ad una concezione continua della realtà e dei numeri. Lo sviluppo di questa idea sarà di importanza fondamentale in tutti gli anni successivi, fino alla comparsa dei calcolatori.

Verso la fine del secolo, Laplace sviluppò gli studi di statistica e di teoria delle probabilità, grazie alle

nuove macchine che rendevano molto più veloci e precise le operazioni di calcolo. Altro evento molto importante fu la messa a punto del sistema metrico decimale da parte di una commissione nominata dalla Repubblica francese: si verificò insomma un complessivo riordino concettuale.

12. *Vaucanson e i contemporanei*

Sul fronte delle macchine programmate abbiamo la costruzione degli automi di Vaucanson e, molto più importante anche se meno spettacolare, l'introduzione della programmazione nei telai delle manifatture francesi, anch'essa ad opera di Vaucanson. Ciò avviene mediante la trasformazione dei cilindri dentati, usati negli orologi e negli automi precedenti, in cilindri forati, capaci di muovere le leve che comandano il sollevarsi e l'abbassarsi dei fili della trama al passaggio della navetta.

Intanto, la produzione di automi prosegue. Fra tutti ricordiamo il famosissimo *Turco scacchista*, costruito a Vienna da Wolfgang von Kempelen nel 1790. Questo oggetto, proposto come un automa capace di giocare a scacchi, percorse le corti d'Europa in lungo e in largo misurandosi pure con Napoleone, e solo molto dopo la morte del suo costruttore fu smascherato come un imbroglio da Poe. Questa "macchina" raggiunse una fama tale da oscurare quella dei suoi contemporanei "onesti"; infatti, in questi anni furono costruiti molti automi capaci di scrivere, suonare strumenti vari e compiere movimenti diversi.

A dire il vero, fu proprio Vaucanson a iniziare la strada delle mistificazioni. La sua famosissima oca, un automa capace di simulare alla perfezione le movenze naturali dell'animale, conteneva un meccanismo che simulava l'ingestione e la digestione del cibo; tale meccanismo era un falso, in quanto i grani venivano

raccolti in un serbatoio nascosto, mentre le "feci" provenivano da un altro serbatoio, altrettanto nascosto, preventivamente riempito.

Per completare la presentazione della figura di Vaucanson, va detto che egli vedeva il suo lavoro come una ricerca finalizzata alla comprensione del funzionamento del corpo umano. Egli cercava di ottenere prestazioni analoghe a quelle dell'organismo mediante procedure che sapeva essere diverse ma che permettevano comunque di allargare l'intendimento del fenomeno. Si tratta di un'impostazione paragonabile ai moderni studi di intelligenza artificiale, nei quali si tenta di far simulare ai calcolatori il comportamento intelligente, anche con l'impiego di metodologie che sono diverse da quelle di cui si serve il nostro cervello.

Si può pure ricordare che Vaucanson profuse somme enormi per cercare di ottenere del caucciù, sostanza di cui si era avuta notizia, allo scopo di riprodurre nei suoi automi le arterie. Il problema da risolvere era la mancanza di un materiale elastico con cui costruire dei tubicini che simulassero le prestazioni delle arterie, in modo da poter verificare se la pulsazione che si avvertiva in quelle periferiche, ad esempio nel polso, fosse dovuta solo al battito cardiaco o anche a contrazione propria dei vasi. Era questo un problema che appassionava la medicina e la fisiologia dell'epoca.

Sul fronte del principio della autoregolazione mediante retroazione, abbiamo la ricomparsa di meccanismi che sfruttano questa possibilità nella tecnologia dei mulini a vento: gli ingegneri inglesi del XVIII secolo approntarono un meccanismo in grado di regolare l'orientamento delle pale in base alla direzione del vento.

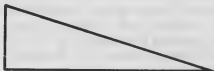
Esso si basa sull'esistenza di una girante minore disposta posteriormente e perpendicolarmente rispetto alla girante principale; questa girante secondaria veniva mossa dal vento se questo non era orientato diret-

Direzione mulini.

tamente su quella principale, e spostava tutto il complesso fino ad ottenere l'orientamento ottimale.

I mulini a vento, con la loro necessità di adattarsi a una fonte di energia che varia continuamente, hanno richiesto la scoperta di molte tecnologie di autoregolazione, per poter esimere il personale dal continuo controllo del meccanismo: dopo l'orientamento automatico, è venuta la regolazione della distanza tra le macine in base alla velocità di rotazione, ottenuta mediante l'utilizzo del getto d'aria prodotto da un ventilatore centrifugo solidale alle macine stesse; infine, la scoperta del pendolo centrifugo, impiegato per ottenere in maniera molto più precisa ed affidabile lo stesso risultato.

Il pendolo centrifugo fu inventato da Thomas Mead, che lo applicò ai mulini nel 1787, e poi copiato da Watt, che lo applicò al primo motore rotativo a vapore con funzionamento continuo, nel 1790, sempre con lo scopo di impedire che il motore girasse a una velocità tale da distruggersi.

piccolissimo, affinché non ci si possa spostare; la linea, sottile, affinché non si passi alla seconda dimensione; il triangolo,

e così via.

L'agevolazione venne perché si poté operare, anche a freddo!, sui segni, avvalendosi di questa associata parte fisica, univocamente legati alle operazioni della mente.

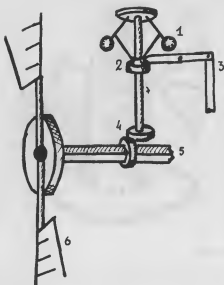
Alle mani si aggiunse l'abaco, il pallottoliere.

L'intenzionalità consapevole, n. 2

Certo, una consapevolezza a metà. Ma fortunata perché permise di effettuare i calcoli senza disturbare la mente e l'uso trascendente fattone in chiave e con finalità etiche. Bastava che l'unità fosse identificata con un organo bistabile conservandone i risultati ad ogni ripetizione: giro di ruota, ingranaggi o denti, circuiti aperti e chiusi.

Guai se Pascal, invece di effettuare questa identificazione, si fosse chiesto come l'uomo si era apprestato l'1; e già il singolare, e l'eguaglianza. Di sicuro il cardinal Richelieu avrebbe banditi lui e suo padre. Ancora oggi questa consapevolezza dà abbastanza fastidio perché si preferisca farne a meno.

Dal pallottoliere alla macchina, meccanica, elettrica, pneumatica, idraulica, elettronica, ecc., il passo non è difficile: 3×9 lo faccio io e dico 27, lo fa la macchina e presenta un cartellino, 27; ma come è più rapida, sicura, economica!

È intelligente? Mah. Se la nostra intelligenza è do-

Pendolo centrifugo.

Questo strumento, illustrato nella figura, sfrutta la forza centrifuga prodotta dalla rotazione dell'albero su cui è fissato il pendolo. All'aumentare della velocità di rotazione, aumenta la forza centrifuga, e quindi l'allontanamento del pendolo dalla posizione di riposo: tale allontanamento viene sfruttato per comandare una valvola che chiude l'afflusso di vapore, mantenendo così costante il numero di giri del congegno.

È interessante notare che nello stesso periodo, tra il Sei e Settecento, l'Europa continentale e in particolare la Francia svilupparono lo studio degli automi programmati, mentre l'Inghilterra privilegiò lo studio dei meccanismi di autoregolazione. Alcuni autori spiegano ciò con la differente situazione politica, caratterizzata in Europa dalla nascita e dallo sviluppo delle monarchie assolute, e in Inghilterra dallo sviluppo della giovane democrazia.

13. *L'Ottocento: il boom delle calcolatrici*

Nell'Ottocento prosegue lo sviluppo delle macchine calcolatrici e, tra i numerosi modelli, compare l'"aritmometro" del francese Charles Xavier Thomas de Colmar, che fu la prima macchina calcolatrice prodotta in serie, a partire dal 1820.

Tutte queste macchine hanno come fonte di energia l'operatore umano, che le muove utilizzando manovelle, pigiando tasti, ecc., fornendo così agli ingranaggi la spinta necessaria a compiere il loro lavoro.

Altra "macchina" che subisce un'evoluzione interessante è il regolo logaritmico. Esso era comparso nel Seicento, ma solo nel 1850 la ditta francese Tavernier-Gravet vi aggiunge per la prima volta il cursore, un rettangolo di vetro mobile recante incise alcune righe verticali, che facilitavano molto il passaggio da una scala all'altra nell'operazione di lettura dei risultati. Tale miglioramento rende il regolo molto più preciso e affidabile.

L'apparecchio sfruttava le possibilità concettuali offerte dai logaritmi. Tutta l'attività richiesta, infatti, si riduceva alla semplice somma o sottrazione delle lunghezze di due "asticelle", sulle quali era riportata una scala logaritmica.

Il regolo si è dimostrato tanto efficace ed economico da imporsi come mezzo ideale per i calcoli approssimati, sopravvivendo fino a pochi decenni fa e diventando addirittura il simbolo stesso della professione ingegneristica.

Per scherzo si raccontava che qualche ingegnere avesse detto, dopo una rapida consultazione del regolo, che due per due faceva "circa" quattro. In tal modo si satireggiava innanzitutto l'abitudine di ricorrere alla macchina per eseguire operazioni anche semplici, e in secondo luogo si metteva in ridicolo una delle principali caratteristiche dello strumento: siccome il calcolo prevede la conversione logaritmica della gran-

dezza data e la lettura del prodotto come giudizio soggettivo della posizione relativa dei regoli, i risultati ottenuti sono sempre più o meno approssimati: di qui l'esigenza di servirsi, a mo' di precauzione, dell'avverbio "circa".

Il regolo faceva invariabilmente parte del bagaglio dell'ingegnere, ma molto meno di quello del matematico. Infatti per applicazioni di precisione non era utilizzabile, mentre la sua leggerezza e trasportabilità lo rendeva strumento validissimo per chi doveva, magari in un cantiere di costruzione, eseguire rapidi calcoli per verificare applicazioni tecniche, ed era perciò interessato non al valore esatto, ma ad una accettabile approssimazione.

In questo secolo si sviluppano anche le tecniche del calcolo infinitesimale, applicate a vari casi pratici di misurazione di grandezze fisiche correlate alla nascente tecnologia della corrente elettrica. Tale impostazione analogica prevalse per tutto il secolo e per la prima metà del Novecento.

Altra branca della matematica che vive una fase di sviluppo concettuale molto importante è la statistica; essa si rivolge alle realtà "incerte", e ai limiti di questa incertezza. Le nuove macchine da calcolo offrono la possibilità di effettuare quantità molto elevate di calcoli, con poco dispendio di lavoro e di energia rispetto al passato. Vengono perciò messi a punto metodi di analisi di grandi quantità di dati, che permettono di individuare l'andamento di fenomeni che erano rimasti assolutamente inesplorati fino a quel momento.

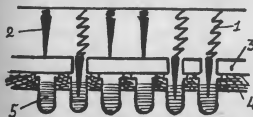
Babbage in Inghilterra costruisce una "macchina analitica" in grado di calcolare e stampare tavole di logaritmi. Essa, in quanto capace di eseguire un solo tipo di operazioni, rientra ancora nella categoria delle calcolatrici; sempre Babbage tenta successivamente, con finanziamenti dell'ammiragliato, la costruzione di una calcolatrice "programmabile" che riesca a calcola-

re le tavole delle efemeridi (tavole delle posizioni dei vari corpi celesti alle varie ore, nelle diverse date e alle varie latitudini); non riesce però ad andare oltre la costruzione di un modellino del suo "calcolatore a vapore".

Nel 1887 l'ingegnere francese Bollée inventa il metodo per eseguire meccanicamente le moltiplicazioni senza ricorrere al metodo delle addizioni ripetute.

Basandosi su questa idea, lo svizzero Otto Steiger progetta e produce il *Millionnaire*, una macchina "portatile" lunga "solo" ottanta centimetri, larga trenta e profonda venti, del peso di alcune decine di chilogrammi, progettata per essere chiusa in una cassa apposita e risultare "facilmente" trasportabile. Questa macchina ebbe un largo successo commerciale: ne vennero venduti 4.600 esemplari.

14. *La meccanizzazione della contabilità*

Alla fine del secolo, per il censimento del 1890 negli USA, un certo ingegner Hollerith vinse un concorso indetto dal governo per la messa a punto di una serie di macchine atte a meccanizzare le varie fasi del censimento stesso. Questa decisione era stata presa perché i dati del precedente censimento, quello del 1880, avevano richiesto un lavoro settennale per essere elaborati manualmente, e nel frattempo si stimava che la popolazione fosse cresciuta in misura notevole.

Meccanismo ad aghi.

L'ingegner Hollerith presenta un pantografo per la foratura delle schede (schede di cartone, aventi lo stesso formato di una banconota da un dollaro e capaci di contenere quaranta colonne, ognuna di dieci fori) e una sommatrice capace di leggere le schede forate e di eseguire automaticamente le quaranta somme necessarie. Queste sommatrici riprendono la tecnica dei telai di cui abbiamo già parlato, e che Babbage alcuni decenni prima aveva applicato alla sua macchina calcolatrice. Con queste macchine si riuscì ad elaborare i risultati del censimento in un terzo del tempo impiegato dieci anni prima.

I problemi affrontati e risolti per l'ufficio del censimento da Hollerith si proponevano comunque a livello generale, in quanto lo sviluppo industriale aveva creato entità produttive che richiedevano l'elaborazione di dati e informazioni in quantità superiore alle capacità organizzative dei singoli impiegati.

Si formarono squadre di contabili preposti alla raccolta e alla conservazione delle informazioni. In questi anni, inoltre, comincia a porsi per le grandi industrie il problema di calcolare il costo complessivo degli articoli prodotti: non basta più sommare il costo della materia prima a quello della manodopera direttamente impiegata nella produzione, ma si profila la necessità di conteggiare i vari servizi: quello contabile, quello finanziario, il marketing, la pubblicità, ecc. Anche per la mano d'opera diretta, la complessità delle lavorazioni da eseguire rende difficile valutare l'apporto di ogni operaio ad ogni singolo elemento del prodotto globale.

Bisogna quindi rilevare separatamente il valore complessivo della produzione e dei costi, per poter risalire al valore di ogni pezzo. Cominciano così a porsi vari problemi di registrazione, codifica e conteggio delle varie parti del bilancio. Questo diventa anzi un aspetto essenziale per la sopravvivenza stessa delle aziende.

Negli ultimi anni dell'Ottocento le macchine calcolatrici permettono di affrontare calcoli gestionali molto complicati, ma la complessità delle ditte e le loro necessità gestionali crescono in maniera più veloce, tanto che si formano uffici specifici (che poi diventeranno i centri meccanografici) per eseguire tutti i calcoli del caso. Nel Novecento, la disponibilità di motori elettrici a basso costo, minimo ingombro e facilmente alimentabili, favorisce la realizzazione delle calcolatrici elettromeccaniche: queste macchine sono concettualmente identiche alla *pascalina*, ma sono mosse da un motore elettrico che consente di eseguire un volume di conti molto più ampio e in più breve tempo. Esemplare classico di questo tipo di macchine è la *Divisumma*, ancora presente in molti uffici.

L'ultimo passo avviene negli anni sessanta e settanta con la comparsa e la diffusione delle calcolatrici elettroniche, basate su princìpi che non coinvolgono più la meccanica.

Per la prima volta è la tecnologia delle calcolatrici ad andare a rimorchio di quella dei calcolatori: infatti, per la realizzazione di queste macchine era stato necessario mettere a punto meccanismi che, operando in codice binario e attraverso la presenza o no di una certa tensione su un conduttore, fossero capaci di eseguire calcoli in maniera molto veloce.

Altra caratteristica di questi dispositivi è la notevolissima compattezza e il bassissimo consumo energetico: diventa così possibile la miniaturizzazione delle calcolatrici, l'indipendenza dalla connessione alla rete elettrica – ottenuta con alimentazione a pile – e una potenza di calcolo ulteriormente estesa.

Queste nuove calcolatrici si diffondono a livello di massa: vengono usate dai bambini nelle scuole, dalle massaie al mercato, dai geometri, dagli ingegneri e dai tecnici, per i quali diventano il succedaneo naturale del regolo.

È ovvio che queste macchine compiono, oltre alle

quattro operazioni fondamentali, anche potenze, radici, percentuali e tutta una serie di operazioni specialistiche. Alcuni fra i modelli più recenti e potenti sono anche programmabili, e sconfinano perciò nel mondo dei calcolatori.

XIII. I CALCOLATORI

1. *Le schede perforate*

Siamo così arrivati alla parte terminale della nostra storia: essa vede la nascita e l'affermazione dei calcolatori, nonché le più recenti evoluzioni del pensiero matematico e delle capacità gestionali, operative, di comprensione e di governo della realtà attuale.

I calcolatori costituiscono un ramo evolutivo che si separa da quello delle calcolatrici nel momento in cui ad alcune di esse viene aggiunta la possibilità di eseguire non solo calcoli, ma anche sequenze programmabili di calcoli, secondo un programma che può variare di volta in volta.

Come si vede, si tratta di un percorso logico, iniziato con la *pascalina* e consistente nel realizzare macchine che non solo supportino l'agire dell'operatore umano, ma che lo sostituiscano in alcune fasi della sua attività. La sostituzione avviene in quelle parti di lavoro che sono particolarmente ripetitive e meccaniche.

Fin dai primi passi, questa è una storia formata a sua volta dall'intersezione di varie linee di sviluppo complementari tra di loro: l'evoluzione delle macchine vere e proprie, quella dei loro componenti tecnici, la storia degli strumenti concettuali capaci di facilitare il colloquio tra programmatori e macchine, la storia

delle idee che sono state necessarie alla costruzione delle macchine, ma anche quella delle idee che dalle macchine sono derivate; si tratta di un groviglio abbastanza complesso, che coinvolge anche lo sviluppo dell'ambiente sociale, economico e tecnologico circostante.

Vista l'ampiezza e la complessità del quadro, rinunciamo fin da ora a una pretesa di completezza. Nell'esposizione della materia cercheremo di fornire una quantità di elementi sufficienti a dare un'immagine non distorta del processo in atto.

Partiamo dall'esterno dell'ambito prettamente matematico: nel 1804 Jacquard presenta la sua macchina tessitrice, comandata da schede perforate di cui abbiamo già parlato e presentato le origini. Lo scopo consiste nel migliorare sensibilmente le prestazioni del telaio a rulli perforati, introdotto da Vaucanson intorno al 1750, sostituendo alla superficie fissa e difficilmente modificabile del rullo una serie di schede perforate, ognuna delle quali contiene una parte del disegno: a questo punto, basta comporre in modo differente le stesse schede per ottenere figure diverse. Le sequenze di schede per telaio costituiscono un vero e proprio "programma": la collocazione dei punti di diversi colori è determinata in maniera inequivocabile dalla posizione delle perforazioni che si trovano sulle schede.

Alcuni decenni più tardi, l'idea di utilizzare le schede perforate per comandare una sequenza determinata di azioni viene applicata alla tecnologia musicale con la costruzione delle pianole. In queste macchine, la successione delle schede produce una successione di note che costituisce la melodia desiderata.

2. *Babbage e la macchina programmabile*

In campo direttamente matematico, i primi passi ri-

salgono al 1812 con le intuizioni, già ricordate, di Babbage: questi, oltre alla già citata macchina analitica, tentò di costruire una macchina che potesse fare automaticamente molti tipi diversi di calcoli: la macchina "differenziale". Per realizzarla mise a punto molte idee fondamentali: l'idea del programma inteso come sequenza di istruzioni eseguibili, l'idea dell'utilizzo delle schede perforate come strumento per ottenere un flusso abbastanza veloce di informazioni, l'idea di un'articolazione della macchina in unità separate funzionalmente e operativamente, ecc. Partendo dallo schema da lui elaborato, lady Ada Byron, figlia del noto poeta, scrisse il primo programma per macchina da calcolo della storia: una sequenza di numeri che avrebbe permesso al futuro "calcolatore a vapore" di stabilire la serie dei numeri primi.

Purtroppo, Babbage non riuscì a realizzare la sua macchina e le sue intuizioni hanno unicamente un valore storico; più fortunato fu lord Kelvin, che, nell'ambito poliedrico delle sue attività, realizzò anche un calcolatore analogico capace di prevedere l'andamento delle maree.

3. *Analogico e digitale*

La distinzione tra calcolo analogico e digitale è piuttosto importante e va sottolineata: nel calcolo digitale si effettua la trasformazione in numero della grandezza considerata, e poi si opera sui numeri ottenuti; il metodo analogico, invece, prevede che si trovi una grandezza che si comporta in modo analogo a quella da analizzare, e che le operazioni vengano effettuate su questa senza ricorrere alla trasformazione numerica, se non alla fine, in fase di lettura del risultato.

Un orologio a lancette è un misuratore analogico del tempo, in quanto fornisce informazioni su un fenomeno, lo scorrere del tempo, attraverso operazioni

vuta all'attività del sistema nervoso, all'attenzione, e se ne parla quando vengono posti rapporti nuovi e riconosciuti di valore positivo (altrimenti si è nelle corbellerie), allora macchine simili non ne sono ancora state costruite; e forse sarebbe irragionevole farlo.

L'uomo, tuttavia, è sia bravo sia irragionevole; e val la pena ricordare Giambattista Vico: "Dio è l'artefice della Natura, e l'uomo è il dio degli artefatti". Una concorrenza, comunque, sleale.

marzo '88

effettuate su una grandezza "analoga": il movimento di alcune lancette; è l'analogia tra i due fenomeni che ci permette di dedurre il valore della variabile tempo dalla posizione delle lancette sul quadrante.

Digitali sono invece quegli orologi, diffusi al momento attuale, che mostrano direttamente un numero, il quale già ci dice il valore della variabile tempo in quell'istante: ad esempio, se leggiamo 14:45 sappiamo che sono le ore quattordici e quarantacinque minuti primi.

La differenza tra i due modi di rappresentare la realtà è molto importante: in un caso si privilegiano l'aspetto continuo e le relazioni interne alla variabile considerata. Ad esempio, per indicare le quattordici e quarantacinque alcuni anni fa nessuno avrebbe mai usato questa espressione, ma tutti avrebbero detto "sono le tre meno un quarto".

L'impostazione digitale privilegia invece la frammentazione del fenomeno in una serie di eventi separati, e le corrispondenze con realtà generali esterne al fenomeno considerato. Si utilizza, cioè, il linguaggio dei numeri, che è indifferentemente applicabile a qualsiasi fenomeno e che, quando è espresso, non può che assumere forma discontinua.

L'affermazione della tecnologia digitale su quella analogica, nei nostri giorni, sta già avendo effetti sul piano culturale: la progressiva riduzione della presenza nel linguaggio di espressioni come "sei meno venti" o "tre pomeridiane", a favore di quelle formalmente equivalenti "cinque e quaranta" e "quindici", è direttamente legata alla progressiva scomparsa degli orologi analogici, sostituiti da quelli digitali.

4. *L'Ottocento*

Nel campo delle telecomunicazioni si affermano i

telegrafi: l'inventore Baudot mette a punto un sistema automatico di codifica e decodifica che utilizza una forma di notazione binaria gestita elettricamente. Si inaugura così il rapporto notazione binaria-comunicazione elettrica, che è tuttora fondamentale nella tecnologia della gestione delle informazioni.

Alcuni anni più tardi compaiono i primi relais e le prime valvole termoioniche, basate sul cosiddetto *effetto Edison*.

Verso la fine dell'Ottocento (1890), Hermann Hollerith costruisce le sue *tabulatrici*, che, pur rimanendo nel campo delle macchine calcolatrici, assolutamente non programmabili, segnano l'inizio di un'era di meccanizzazione tanto massiccia dell'attività di calcolo, da risultare premessa indispensabile alla futura evoluzione verso le macchine programmabili.

Negli stessi anni compaiono i primi motori a scoppio, che permettono la costruzione di veicoli a motore; viene così dato un impulso incredibile alla produzione industriale. Questa viene favorita non solo dall'apertura di un mercato nuovo, ma anche dalla comparsa di una nuova fonte di energia per il funzionamento delle macchine nelle officine.

I motori a scoppio contengono un albero a camme che comanda l'apertura delle valvole di alimentazione e scarico dei cilindri: anche questa è una sequenza "programmata" di azioni che devono svolgersi in sincronismo con il movimento dei pistoni. Gli alberi a camme che controllano questa sequenza sono un'evoluzione dei cilindri dentati.

Abbiamo anche lo sviluppo di un gran numero di strumenti di misurazione analogici: vengono messi a punto manometri e misuratori elettrici che permettono, con l'uso di opportuni trasduttori e scale di lettura, di ottenere misurazioni analogiche di moltissimi fenomeni.

Nel linguaggio popolare, spesso, questi diversi misuratori venivano chiamati "orologi": anch'essi, infat-

ti, posseggono lancette e quadranti.

Sempre nell'Ottocento, la tecnologia della riproduzione di informazioni, fino ad allora limitata alla stampa di testi e figure, fa un incredibile passo in avanti con la creazione di macchine fotografiche che permettono, attraverso un processo fotochimico, la produzione a basso costo di immagini. Successivamente, lo sviluppo delle conoscenze legate alla corrente elettrica consente la realizzazione di fonografi a cilindro e a disco, e del telefono.

Sul piano delle evoluzioni teoriche, l'Ottocento vede l'elaborazione dell'algebra di Boole o *logica formale*, che fornisce una base matematica alla trattazione degli enunciati logici.

Si afferma inoltre una linea di approccio che viene chiamata *riduzionismo*, in quanto tende a riunificare le varie branche della matematica spiegando l'una in base all'altra: l'inizio di questa evoluzione si può ricondurre alla nascita della geometria analitica, che riunifica la geometria e l'algebra. Ma sono ancora di questi anni i tentativi di riportare la teoria dei numeri all'insiemistica, e così via.

5. *Il Novecento*

Nella prima parte del Novecento si sviluppa ulteriormente in matematica il filone della ricerca riduzionista, che finalmente, nel lavoro di B. Russell, acquista il respiro onnicomprensivo che nell'Ottocento era rimasto implicito: il lavoro del logico inglese porta alla scoperta di alcune contraddizioni fondamentali nella teoria degli insiemi, tanto che tutto l'edificio del lavoro riduzionista sembra crollare. In seguito, K. Gödel, uno studioso austriaco, arriva a dimostrare l'impossibilità di costruire un sistema formale di assiomi per i numeri naturali, che goda delle caratteristiche di completezza richieste. La dimostrazione di Gödel viene

efficacemente sintetizzata da D.R. Hofstader: "Tutte le assiomatizzazioni coerenti della aritmetica contengono proposizioni indecidibili" (*Gödel, Escher, Bach*, Adelphi, 1985, pag. 18).

Dal lavoro di Gödel scaturisce una serie di ricerche che portano, intorno al 1936, alla definizione rigorosa di *operazione effettivamente eseguibile*: vedremo più avanti come questa definizione sia stata uno strumento concettuale importantissimo nello sviluppo della teoria legata agli elaboratori.

Contemporaneamente, abbiamo la realizzazione del primo circuito di "flip-flop": una forma di circuito essenziale per la costruzione di memorie. Oltre a ciò, si sviluppa in maniera impetuosa la tecnologia della comunicazione, telefonica e radiofonica.

Comincia a profilarsi la possibilità della comunicazione elettronica. Fino alla scoperta della stampa, la comunicazione tra le persone era affidata essenzialmente all'incontro diretto. Benché i potenti si avvalessero anche della scrittura per comunicare, questo canale era tuttavia sfruttato in modo alquanto ridotto. In quell'epoca era invece essenziale la raffigurazione di messaggi in luoghi aperti al pubblico, con finalità di carattere politico-celebrativo.

Per quanto riguarda le comunicazioni veloci, si ricorreva a metodi imprecisi come i segnali di fumo, i fuochi notturni e così via, oppure, se il testo possedeva una maggiore complessità, ci si serviva di messaggeri, che dovevano colmare materialmente la distanza tra emittente e destinatario.

La stampa a caratteri mobili consentì di produrre a basso costo enormi quantità di testi scritti, il che incrementò i contenuti della comunicazione, ma non la sua velocità: nel romanzo *Il conte di Montecristo*, Dumas descrive un sistema di telegrafia che avrebbe potuto benissimo essere gestito dagli antichi Romani.

È solo con l'Ottocento che la velocità di trasmissione dei messaggi compie il salto di qualità che l'arric-

chisce di strumenti veloci e versatili come quelli conosciuti oggi. Si può dire che oggi la comunicazione interpersonale diretta, nella quale emittente e ricevente si vedono in faccia e possono toccarsi, sia ridotta al minimo. Non è detto che sia un bene e non è chiaro come ciò influisca sulla nostra psiche, ma è così.

In questo ambito di invenzioni legate alle telecomunicazioni, nasce la telefotografia: il primo procedimento che permette di trasformare una figura in una sequenza di impulsi elettronici trasmissibili via cavo.

Sempre all'inizio del secolo compaiono e si diffondono i motori elettrici che, come i precedenti motori a scoppio, consentono la realizzazione di tutta una serie di oggetti, come ad esempio gli elettrodomestici. Nelle officine ogni macchina ha ora la sua fonte di energia: non c'è più bisogno delle pericolose e ingombranti cinghie di trasmissione.

Questa trasformazione si riflette sull'architettura stessa dei luoghi di lavoro, che possono assumere configurazioni più distese, le quali, a loro volta, rendono possibili trasporti interni di materiale semilavorato e di personale.

Nel 1911 Taylor pubblica il suo testo fondamentale sulla parcellizzazione del lavoro. Negli anni successivi, nascono le catene di montaggio, grazie alle nuove tecnologie.

Al di là del giudizio che si può dare sul fatto che questo processo sia stato pagato in termini di condizioni di vita e di lavoro da parte delle maestranze addette all'attività produttiva, e dalle colonie sottoposte ad un rapporto imperialistico finalizzato alla fornitura delle materie prime all'industria in continua espansione, è certo che questo insieme di fenomeni ha costruito un mondo nel quale la disponibilità di prodotti cresce in misura inimmaginabile. Questa crescita è stata accompagnata dall'incremento della popolazione umana e della complessità dei fenomeni economici, tecnologici e sociali in atto. La risposta a questa accre-

sciuta complessità non può che essere un'accresciuta capacità di comprensione ottenibile anche attraverso una maggiore capacità di elaborazione matematica.

Nel 1931 Vannevar Bush costruisce all'MIT il primo grande calcolatore analogico moderno. Questo tipo di macchine, però, si diffonde poco: alcuni anni più tardi compaiono i calcolatori digitali; e il governo degli Stati Uniti, attraverso le sue forze armate, e le ditte cointeressate alla ricerca decidono di gettare tutte le loro risorse sulla seconda impostazione.

Questa scelta fondamentale, che ha avuto un'influenza determinante sulla successiva storia dell'umanità, non è riportabile al giudizio popolare o a quello dei politici del momento: i necessari passi chiave, infatti, furono compiuti dai vertici delle forze armate e da alcune ditte statunitensi.

Gli strumenti di elaborazione precedenti a questa grande rivoluzione erano essenzialmente supporti capaci di memorizzare in vario modo le fasi dell'attività di calcolo, e di facilitarne i diversi aspetti; l'operatore rimaneva comunque colui che determinava la sequenza delle operazioni.

Le macchine matematiche successive, che sono la maggiore richiesta di potere di elaborazione, sono passate, all'inizio, per una fase che le vedeva in grado di eseguire autonomamente calcoli, anche complessi, e ora si affacciano a un livello di "capacità" superiore. Stanno per essere meccanizzate delle sequenze programmabili di calcoli.

6. *La programmabilità*

Il periodo cruciale per la nostra storia è la seconda guerra mondiale, quando i contendenti danno il massimo per realizzare strumenti che eseguano in maniera rapida ed efficace i calcoli richiesti dallo sforzo bellico: calcolo delle traiettorie di proiettili di vario tipo,

massiccia ricerca scientifica e tecnologica tesa a realizzare armi sempre più potenti, attività di decrittazione dei messaggi del nemico, ecc.

In Germania un ingegnere, Konrad Zuse, realizzò tra gli anni 1935 e 1945 diverse versioni di un calcolatore programmabile a relais, ma il suo lavoro fu prima impedito e poi bloccato dalle vicende della guerra, tanto che non ebbe sviluppi di rilievo.

Nel campo avverso, invece, i risultati principali furono raggiunti negli Stati Uniti, ma la ricerca che portò al risultato finale ebbe inizio qualche anno prima.

Nel 1927 Ben Wood, professore di psicologia alla Columbia University, attese alla preparazione di una macchina che raccogliesse ed elaborasse automaticamente i risultati dei test. Da questi studi nacque il "TEST SCORER 805", una macchina capace di eseguire una certa sequenza di operazioni. Proseguendo lungo questa direzione di studi, verso la metà degli anni trenta un gruppo di scienziati coordinati da Wallace Eckert, dell'Astronomical Computing Bureau "Thomas Watson", si servì di macchine tabulatrici per eseguire i calcoli necessari agli studi astronomici. Queste macchine, tuttavia, erano incapaci di risolvere più di un problema per volta.

È di questi anni la massima diffusione nelle varie ditte di uffici meccanografici, nei quali "plotoni" di impiegati compiono i calcoli necessari alla conoscenza dello stato della produzione, dell'andamento delle vendite, ecc.

Nel 1944 Howard H. Aiken, dell'Università di Harvard, produce il primo calcolatore aritmetico universale, collegando in serie tra di loro 78 calcolatrici a relais: nel complesso, la macchina contiene 3300 relais: il suo nome è MARK 1.

Prima della guerra, il professor John Atanassoff, dello Iowa State College, aveva progettato un calcolatore basato sull'uso di valvole termoioniche, ma non aveva avuto i mezzi per realizzare le sue idee. John

Mauchly, ex collaboratore di Eckert, impiegato presso la Moore School, venuto a conoscenza del progetto, lo realizzò con i fondi dell'esercito, così nel 1946 entrò in opera "ENIAC" (Electronic Numerical Integrator And Calculator).

A dire il vero, la programmabilità di "ENIAC" era alquanto limitata, e così pure le sue capacità di memoria, ma comunque si trattava di uno strumento funzionante. Esso operò in un primo tempo presso la scuola di ingegneria elettronica dell'Università di Pennsylvania, e poi fu trasferito al Centro Studi Balistici dell'esercito ad Aberdeen. Occupava una superficie di centottanta metri quadrati, e pesava circa trenta tonnellate.

Nel 1945, lo scienziato di origine ungherese John von Neumann, che operava presso l'MIT nell'ambito degli studi relativi alla realizzazione di bombe atomiche, inizia a progettare un nuovo calcolatore: la macchina di von Neumann riceveva il programma come serie di istruzioni che memorizzava in un settore "libero" della sua memoria, quindi una "unità di governo" leggeva sequenzialmente la serie e procedeva all'esecuzione dei vari passi, prelevando i dati da altre zone opportune della memoria stessa.

Il fatto che il programma fosse memorizzato sotto forma di numeri permetteva che la sequenza variasse in base ai risultati intermedi dell'elaborazione in corso, e questa è una possibilità fondamentale che segna il passaggio dal calcolatore all'elaboratore.

Il calcolatore realizzato sulla base delle idee di von Neumann, lo "EDVAC", entra in funzione nel 1951 al Centro Studi Avanzati dell'Università di Princeton, e dispone di una quantità di memoria dell'ordine di grandezza del centinaio di *locazioni*.

Le idee su cui era basato l'"EDVAC" si sono affermate e hanno segnato tutto lo sviluppo della tecnologia dei calcolatori fino ai giorni nostri. È infatti solo negli ultimi anni che nei supercalcolatori si sta met-

tendo a punto un'architettura differente, basata non più sulla unicità della sequenza da eseguire, ma piuttosto su un parallelismo di azione tra diverse unità logiche.

Il primo grosso passo avanti fu la nascita delle memorie a nuclei magnetici, che sostituirono le valvole termoioniche. Divenne così possibile dotare le macchine di quantità di memoria molto più alte, intorno alle migliaia di locazioni.

Il secondo passo fu la comparsa dei transistor che, verso la fine degli anni sessanta, hanno sostituito le valvole termoioniche nella funzione di organi di elaborazione e calcolo; anche questi componenti sono molto più piccoli, affidabili ed economici, per cui hanno permesso un ulteriore passo in avanti.

La sostituzione delle valvole era un'esigenza fondamentale perché queste offrivano sì prestazioni buone, ma a costi altissimi e con una frequenza di guasti assolutamente insostenibile.

Dai transistor si passò naturalmente ai circuiti integrati, fino a che nel 1974 il fisico italiano Faggin, che operava in America per la Intel, mise a punto un circuito integrato che conteneva tutta la struttura di un elaboratore in un unico *chip*, portando quindi le dimensioni, il costo e l'affidabilità della macchina ad un livello tale da permetterne la produzione in serie con costi molto bassi.

Già cinquemila anni fa la strada della tecnologia matematica si era incrociata con il silicio. L'argilla, di cui erano costituiti i *calculi* dei Sumeri, ha come elemento principale proprio il silicio, e i nostri antenati la trattavano mantenendola in forma amorfa. Oggi, la costruzione dei circuiti integrati consiste proprio nell'ottenere opportune cristallizzazioni di silicio.

I circuiti integrati hanno permesso anche la costruzione di memorie dell'ordine prima delle decine di migliaia, poi delle centinaia e attualmente dei milioni di locazioni, a costi trascurabili.

Dobbiamo ricordare che gli anni sessanta videro la diffusione generalizzata della televisione in bianco e nero e la nascita di quella a colori; comparve la registrazione magnetica; le automobili si imposero come mezzo di trasporto a livello di massa; gli elettrodomestici (lavatrici e frigoriferi) divennero un bene indispensabile; in quegli anni si ebbe poi la corsa allo spazio con il programma "Apollo". Furono insomma anni di grande espansione economica. La popolazione mondiale passò dai tre ai quattro miliardi di individui.

Questi sviluppi della tecnica hanno rivoluzionato la possibilità di far entrare i dati nelle macchine e di ottenerne risultati. Sono state create unità stampanti capaci di scrivere i risultati direttamente in forma decimale su carta, senza passare attraverso la fase delle schede perforate; si è potuta utilizzare una tastiera dattilografica come unità per l'immissione diretta di dati e istruzioni, è diventato reale ed economico l'uso del tubo a raggi catodici, come strumento per indirizzare messaggi all'utente, ma soprattutto si sono potuti impiegare nastri e dischi magnetici.

Le unità magnetiche permettono di immagazzinare dati e programmi in forma molto stabile, economica, facilmente e rapidamente accessibile al calcolatore. La validità di tale forma di ingresso-uscita di informazioni è così accentuata da consentire addirittura lo sviluppo di queste unità come memorie accessorie per la macchina durante la fase di elaborazione. Si inizia a parlare di memorie "di massa".

Oggi, la diminuzione dei costi e delle dimensioni degli elaboratori e l'aumento di potenza ottenuti in questi quarant'anni di sviluppo esprimono un tasso di perfezione inconfrontabile con alcun'altra tecnologia nella storia dell'umanità. Si pensi, ad esempio, che attualmente si trovano in commercio, a un prezzo che può arrivare alle centomila lire, macchine di gran lunga più potenti di "ENIAC", costato a suo tempo alcuni milioni di dollari. Analoga-

mente, si è passati dai centottanta metri quadrati di "ENIAC" a pochi decimetri quadrati, raggiungendo una riduzione valutabile intorno ai cinque ordini di grandezza.

Per la potenza, se ci limitiamo alla velocità di calcolo, l'incremento è "solo" di tre o quattro ordini di grandezza, a seconda delle macchine, ma l'incremento reale è molto maggiore per la migliorata possibilità di colloquio tra utente e computer, per la superiore complessità delle macchine e per la grande facilità di accesso ai dati necessari alle elaborazioni.

I fantastici miglioramenti ottenuti sono legati al fatto che in questo settore è stata investita, in ricerca-base e applicativa, una quantità di capitali che non ha paragoni nella storia dell'umanità intera.

Infatti, l'enorme vastità di applicazioni di queste macchine ha fatto sì che sostanziose quote degli investimenti destinati, per esempio, alla conquista dello spazio o alla ricerca nucleare o ad altri settori ancora fossero in pratica rivolte alla produzione di calcolatori e programmi sempre più perfezionati. Il fatto che tale tecnologia fosse già in fase di avanzata espansione, ha funto poi da agente catalizzatore di tutti gli sforzi ed energie disponibili.

Oggi, la tecnologia digitale di elaborazione sequenziale ha invaso anche campi nei quali si erano affermate impostazioni differenti, come il settore della riproduzione musicale, della misurazione, ecc., fino a pochi anni fa appannaggio esclusivo di una tecnologia analogica.

Bisogna comunque ricordare che il prevalere di un certo orientamento cognitivo e organizzativo presenta anche dei limiti, oltre ad innegabili vantaggi: viene cioè inibito lo sviluppo di altri approcci ugualmente possibili.

In senso più ampio, il tutto si potrebbe configurare come una perdita globale di potenzialità, più consistente dell'effettivo guadagno ottenuto. Tutta-

via, come vedremo in seguito, gli ultimissimi anni hanno decretato il rilancio su solide basi dell'architettura parallela.

7. *Il soft-ware*

Per quanto riguarda i programmi, abbiamo, nei primi anni cinquanta, la comparsa dei linguaggi di programmazione simbolica, che consentono al programmatore di utilizzare dei simboli per indicare le diverse operazioni, e non più dei numeri. Questo è il primo passo della lunga marcia verso la chiarezza nella scrittura dei programmi. Questi ultimi cominciano ad assumere una veste nella quale si distinguono gli ordini dagli indirizzi e dai dati. Per chiarire quello di cui stiamo parlando, bisogna dare alcune nozioni sulla struttura di un elaboratore: esso è composto da una unità di governo che legge un programma residente in memoria, dalla memoria recupera i dati su cui operare, e nella memoria scrive i risultati che ottiene.

La memoria è quindi una specie di agenda, all'interno della quale le singole pagine, dette "locazioni", sono indirizzate: gli indirizzi delle varie locazioni sono dei numeri, perciò avremo la locazione 1, 2, ecc.

L'unità di governo saprà allora che il programma è memorizzato, ad esempio, nelle locazioni da 0 a 123, che i dati si trovano da 124 a 200, e che i risultati possono essere scritti da 201 in poi.

Il programma, nella forma iniziale, era costituito da un gruppo di numeri che indicavano le operazioni da svolgere, un altro gruppo di numeri che indicavano gli indirizzi da utilizzare e un terzo gruppo di numeri che svolgevano il ruolo di dati da elaborare e fornivano un quarto gruppo di numeri in qualità di risultati. Ovviamente, una struttura del genere è assolutamente impenetrabile alla maggioranza delle persone. Era inoltre praticamente impossibile, a una persona diver-

sa dall'autore, interpretare il significato della serie di numeri, che, dulcis in fundo, andavano scritti in notazione binaria.

La possibilità di sostituire questi numeri con segni convenzionali ha costituito una vera panacea. È aumentato così il numero di persone in grado di programmare un elaboratore.

Questo passo avanti è stato possibile perché si sono realizzati programmi che trasformavano i simboli ricevuti nei corrispettivi numerici. Nel 1966, comparve sul mercato il primo elaboratore che poteva trovare posto su una scrivania, il "PROGRAMMA 101": questa macchina, che oggi giudicheremmo molto semplice e limitata, ma che ha dominato il mercato per diversi anni, poteva essere programmata in linguaggio SYMBOL o ASSEMBLER. I compratori imparavano il linguaggio con corsi di tre o quattro giorni.

Nove anni prima, nel 1957, era comparso il linguaggio FORTRAN, il primo linguaggio di "alto livello" che permette di scrivere programmi utilizzando una simbologia molto simile a quella algebrica. Questa sequenza di istruzioni formali viene poi "tradotta" in ASSEMBLER da un programma "compilatore", il che segna il secondo passo importante nella storia della capacità di colloquiare tra utenti ed elaboratori.

La comparsa di FORTRAN, di cui si sono viste parecchie versioni fino a quella diffusa attualmente, FORTRAN 77, apre la strada alla nascita di una serie numerosissima di linguaggi di programmazione destinati a vari utilizzi. Oggi se ne contano intorno ai 1500 solo negli USA, mentre anche in Europa ne sono stati messi a punto varie decine.

All'inizio degli anni sessanta sono stati elaborati e si sono imposti linguaggi che riportavano allo schema logico della macchina, linguaggi che privilegiavano la programmazione sequenziale, cioè un'impostazione basata sulla frammentazione del problema da risolvere in una serie di operazioni elementari, la cui esecuzione

in sequenza porta alla soluzione; oltre al FORTRAN, appartengono a questa stessa categoria il BASIC, un linguaggio destinato ai principianti di cui avremo modo di riparlare, il COBOL, un linguaggio destinato ad applicazioni commerciali, e moltissimi altri.

In collegamento con la pratica di programmazione di questi linguaggi, raggiunse il massimo livello di formalizzazione l'uso dei diagrammi di flusso, un modo di analizzare in maniera schematica la traccia di ciò che si vuole realizzare. Si arrivava così alla stesura vera e propria del programma avendo già risolto tutti i problemi logici e dovendosi occupare essenzialmente della traduzione formale; alla realizzazione di questi schemi è legata la nascita della figura professionale dell'analista.

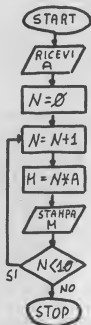



Diagramma di flusso.

La crescente complessità dei problemi che si stavano affrontando e la necessità di migliorare la comprensibilità dei listati portarono alla nascita della programmazione *strutturata*, un nuovo modo di concepire i programmi. In sostituzione dell'impostazione sequenziale, viene ora privilegiata un'analisi ramificata, che permette notevoli semplificazioni logiche del lavoro, ma soprattutto fornisce uno strumento di analisi molto più versatile e adattabile alle diverse esigenze.

Diagramma ad albero.

Questa nuova impostazione portò allo sviluppo di diagrammi *ad albero*, ma anche alla creazione di una serie di linguaggi di programmazione pensati proprio in vista dell'utilizzo di questo metodo. Tra di essi ricordiamo il PASCAL, scritto nel 1971 dallo svizzero Nicolaus Wirt e da cui si sviluppò il LOGO, un linguaggio destinato a usi didattici, ma anche molto valido in applicazioni di intelligenza artificiale. LOGO fu scritto intorno al 1980 dal gruppo dell'MIT guidato da Seymour Papert. Questo linguaggio mette a disposizione dell'utente anche un ambiente grafico nel quale si può operare con la cosiddetta "geometria della tartaruga", di cui parleremo più avanti.

È interessante notare come attualmente anche l'hard-ware delle macchine stia avviandosi a superare la concezione seriale impostasi con von Neumann, per

iniziare lo sviluppo di architetture cosiddette *parallele*. Queste sono basate sulla disponibilità di più unità di elaborazione, capaci di intervenire contemporaneamente su parti diverse del problema, con notevole guadagno di tempo.

È significativo che tra le antesignane di questa impostazione abbiano un posto importante le macchine per videogiochi: esse debbono gestire contemporaneamente l'evolversi delle situazioni di gioco, le immagini e le musiche, e hanno quindi esigenze di elaborazione abbastanza sofisticate. Nella stessa direzione vanno, con molta più autorevolezza, gli studi sull'intelligenza artificiale, nei quali si cerca di disporre di strutture parallele per simulare quelle della mente umana.

Già nell'agosto 1987 la rivista *Le scienze* descrive, in un articolo a firma di W.O. Hillis, un modello di calcolatore parallelo, la "CONNECTION MACHINE", costituita da 65.536 unità di elaborazione. Questa macchina potrà essere impiegata in compiti che prevedono il controllo di molti eventi simultanei, interagenti tra di loro ma essenzialmente individuali.

8. *I personal e il soft-ware applicativo*

La disponibilità di un intero elaboratore su un solo circuito integrato, raggiunta come abbiamo detto nel 1974, consente nello stesso anno la pubblicazione su una rivista dell'idea di un appassionato per la costruzione di un computer casalingo; l'anno successivo viene presentato, su un'altra rivista, un computer da costruire in *kit*, l'"ALTAIR 2000", che costava solo 650 dollari. Finalmente nel 1976 due giovani, S. Wozniac e S. Jobs, mettono in commercio il primo calcolatore della categoria *personal* della storia. La seconda versione della stessa macchina raggiunge, negli anni successivi, una diffusione di massa misurabile in milioni di esemplari in tutto il mondo.

Fin dall'inizio, i personal computer hanno basato la loro forza sull'esistenza di un linguaggio di programmazione, il BASIC, destinato ai principianti e particolarmente facile da apprendersi. Questo linguaggio era comparso nel 1965 in una versione molto povera, ma fu ripreso e sviluppato successivamente da molte case di soft-ware, tanto che attualmente esistono decine di "dialetti" dalle potenzialità molto varie. Comunque il BASIC, nelle sue differenti versioni, ha condiviso e sostenuto il successo dei personal computer, perché fornisce uno strumento facile per scrivere programmi anche di un certo impegno.

In ogni modo la situazione si è evoluta in maniera tale da rendere abbastanza ininfluente la diffusione di un linguaggio piuttosto di un altro. All'inizio degli anni ottanta, comincia ad apparire una serie di programmi capaci di risolvere non più un certo problema, ma tutta una categoria di problemi. Ci riferiamo a programmi del tipo *office automation*.

Tra questi vi sono:

– i *word-processor*, programmi che si occupano dei problemi di scrittura, dalla realizzazione di una stampa perfetta sul piano formale, alla correzione ortografica dei testi, ecc.;

– i *data-base*, programmi che gestiscono in maniera molto valida tutte le attività di archiviazione: dagli indirizzari, alla contabilità, ai cataloghi del magazzino, ecc.;

– i *fogli elettronici*, capaci di gestire tutte le situazioni rappresentabili con relazioni matematiche, come i bilanci consuntivi e preventivi o il calcolo degli interessi;

— infine i programmi di *business-grafic*, che realizzano rappresentazioni grafiche sotto forma di istogrammi, diagrammi a torta, ecc., da insiemi di dati.

I programmi di *office automation* risolvono quasi tutte le necessità di un operatore e lo sollevano dal bi-

sogno di scriversi i propri programmi: gli basta personalizzare questi prodotti generali, adattandoli alle sue esigenze. Dato che i vari programmi finiscono per equivalersi sul piano della funzionalità, le successive versioni spostano la concorrenza sul piano della sempre maggiore facilità di apprendimento.

Un passo ulteriore è stato realizzato dalla comparsa di prodotti che integrano le varie funzionalità, descritte in precedenza, in un pacchetto unico. Questo permette all'operatore di accedere, dopo aver steso il testo di una lettera, all'archivio dati per recuperare informazioni quantitative; successivamente è possibile passare al foglio elettronico per elaborare i dati e mettere a punto tabelle illustrative, quindi utilizzare la parte grafica per denotare meglio il contenuto delle tabelle, e infine accedere all'archivio indirizzi per far scrivere copie personalizzate del tutto.

Oltre che per il lavoro di ufficio, sono stati realizzati programmi analoghi per l'utilizzo dell'elaboratore in campo musicale, in campo grafico e nel settore hobbistico.

Un settore particolarmente interessante sviluppatosi di recente è quello della *telematica*: sono stati cioè messi a punto e diffusi programmi e circuiti aggiuntivi che permettono al calcolatore di colloquiare, via cavo telefonico, con banche-dati esterne, anche lontane, e in generale con altri calcolatori dotati di strumentazione analoga.

Mentre i costi delle macchine sono andati decrescendo, per i programmi si è avuto il fenomeno inverso: il loro costo e le loro dimensioni sono cresciuti continuamente, insieme al perfezionamento tecnologico.

9. *I sistemi operativi*

Questo aumento di costi ha posto rapidamente il problema della compatibilità; diventava cioè impor-

tante che un certo programma, scritto per una certa macchina, fosse trasferibile senza problemi su altre macchine o sulle successive versioni più potenti della stessa.

Ciò ha richiesto la standardizzazione nel campo dei *personal*, che si è avuta negli anni ottanta con il diffondersi e affermarsi di calcolatori che utilizzavano il sistema operativo MS-DOS.

Il *sistema operativo* è un programma che guida l'unità di governo dell'elaboratore nella sua attività di gestione della memoria, di colloquio con le unità periferiche, unità magnetiche, stampanti, tastiere, ecc., che quindi presiede all'organizzazione delle attività della macchina.

Ovviamente all'inizio sono comparsi molti sistemi operativi diversi, ma dopo alcuni anni di diffusione di massa degli elaboratori si sono affermati, nel campo dei *personal*, il già citato MS-DOS, e nel campo degli elaboratori "grandi" l'UNIX, di cui esistono numerose versioni successive sempre più potenti ma che tendono a conservare al massimo la compatibilità.

Specifiche realizzazioni nel campo dei sistemi operativi sono legate all'utilizzo di figure dette *icone*, che simbolizzano le diverse funzioni e che l'utente può selezionare con l'uso di un Mouse senza dover così memorizzare i diversi comandi. Sistemi di questo tipo sono ormai comparsi per tutte le macchine presenti sul mercato.

A questo punto, è forse bene fare una ricapitolazione sul rapporto tra la macchina e l'utente.

Al centro abbiamo il calcolatore vero e proprio, con i suoi circuiti integrati, i collegamenti, ecc.; questo insieme di oggetti è controllato e gestito da un programma, il sistema operativo, che permette alle varie parti di funzionare coordinatamente. Le operazioni di questo insieme organizzato possono essere programmate mediante l'utilizzo di un altro soft-ware, il linguaggio, che riceve le istruzioni in una forma opportuna e le

traduce per la macchina; l'utente per operare utilizza un terzo programma, detto appunto programma-utente, che predispone la macchina a rispondere alle esigenze date.

Come si vede, il ruolo del soft-ware è divenuto con il passare del tempo assolutamente preponderante, e ciò giustifica la sempre maggiore attenzione che si pone a questo settore.

10. *Applicazioni al settore educativo*

Una delle prime aree ad essere investita dal nuovo ciclone è stata quella della formazione: fin dalla seconda guerra mondiale, alle forze armate si era posto il problema di addestrare rapidamente e a basso costo i numerosi operatori che dovevano prestare servizio su apparati tecnologicamente avanzati, come radar, sonar, ecc.; anche i serventi dell'artiglieria contraerea dovevano imparare metodi di tiro piuttosto complessi e sofisticati.

Per l'addestramento di tutto questo personale erano state messe a punto *teaching-machines* derivate dalle tabulatrici e basate sulla impostazione pedagogica behavioristica. Con la comparsa degli elaboratori, di macchine capaci cioè di modificare il proprio comportamento in base alle risposte ottenute, sembrò essere arrivato il trionfo della impostazione pedagogica che le aveva sostenute, e vari gruppi di ricerca si misero a realizzare programmi di "apprendimento" con questo indirizzo.

Tra i numerosi prodotti che comparvero fin dagli anni cinquanta ricorderemo i simulatori di volo, calcolatori utilizzati per simulare il comportamento di un aereo in volo attraverso la proiezione di opportune immagini su alcuni schermi, e il movimento della "cabina di pilotaggio" mediante stantuffi comandati dall'elaboratore. Il primo simulatore di volo risalente al

periodo bellico era gestito da una tabulatrice. Nel 1951, con la costruzione di "Wirlwind", si ebbe la realizzazione del primo simulatore di volo completamente controllato da un calcolatore. I simulatori di volo computerizzati si sono imposti come mezzi di addestramento, e ancora oggi vengono gestiti con computer molto sofisticati. Da alcuni anni è anche comparsa una serie di programmi per *personal* che simulano in maniera abbastanza realistica il comportamento di un aereo da turismo in volo su alcune regioni reali.

Altro programma di questa categoria, approntato negli anni cinquanta e nei primi anni sessanta, è PLATO, un blocco di unità che dovrebbero insegnare all'utente tutto lo scibile umano.

Lo schema concettuale su cui si fonda PLATO consiste nel premiare le risposte giuste e nel disincentivare le risposte sbagliate ad una serie di quesiti su un argomento assegnato. Programmi simili furono utilizzati ampiamente nelle università americane degli anni sessanta, ma a causa degli scarsi risultati che si conseguirono furono abbandonati dal settore della formazione, ma conservano invece la loro validità nel campo dell'addestramento.

A dire il vero, gli studi pedagogici, specie in Europa, avevano superato l'impostazione behavioristica già da alcune decine di anni, ma i programmi venivano realizzati da specialisti di informatica le cui conoscenze pedagogiche erano abbastanza approssimative. Questo stato di cose conobbe negli anni settanta una trasformazione radicale dovuta a due fatti: da un canto la comparsa dei nuovi linguaggi di programmazione e di macchine sempre più economiche permetteva anche a specialisti in pedagogia di avvicinarsi ai calcolatori; dall'altro, si constatò la possibilità di ottenere risultati molto validi mettendo a disposizione di alcuni ragazzi dei terminali. I ragazzi così coinvolti si interessavano attivamente al nuovo "gioco", arrivando a

sviluppare nuovi programmi. Questa esperienza, condotta in alcuni college statunitensi, convinse vari pedagogisti di quel paese, della validità dell'approccio "non direttivo" nell'attività educativa.

Una frase di Seymour Papert, allora direttore del dipartimento di educazione dell'M.I.T., riassume questa inversione di rotta: "In molte scuole oggi l'espressione – istruzione con l'ausilio dell'elaboratore – significa che l'elaboratore è usato per insegnare al bambino. Si potrebbe dire che l'elaboratore è usato per programmare il bambino. Nella mia visione delle cose il bambino programma l'elaboratore, e così facendo acquista nello stesso tempo, il senso di padroneggiare un elemento della più moderna e potente tecnologia, e stabilisce un contatto intimo con alcune delle più profonde idee della scienza, della matematica e dell'arte di costruire modelli intellettuali" (25a).

Viene cioè recepito quanto ormai era stato scoperto dalla pedagogia da parecchio tempo: non l'ascoltare enunciazioni ma il realizzare prodotti validi è la base di una corretta e valida formazione. Bisogna anche dire che la straordinaria diffusione dei calcolatori porta a supporre che il processo iniziato con la comparsa di LOGO sia destinato ad avere effetti assolutamente imprevedibili proprio sullo sviluppo delle capacità di comprensione della realtà, nelle persone che vi saranno maggiormente coinvolte.

LOGO è un linguaggio di programmazione destinato ai bambini, e permette la realizzazione di programmi semplici e spettacolari, ma anche notevolmente complessi, essendo organizzato per sostenere una struttura logica ad albero, propria dei linguaggi di programmazione più avanzati.

Altra caratteristica di LOGO è la "geometria della tartaruga", uno strumento concettuale che permette a bambini molto piccoli e quindi privi di conoscenze matematiche sofisticate di gestire la costruzione di figure sullo schermo.

11. *Applicazioni ludiche*

Altro settore che ha subìto, in maniera molto importante, l'impatto della comparsa dei calcolatori è quello dei giochi: fin dagli anni sessanta, nelle varie università, si utilizzavano i calcolatori per programmi che erano simulazioni molto vicine ai giochi, ma la diffusione a livello di massa inizia nel 1972, quando Norman Bushnel, un ingegnere licenziato dalla NASA, brevetta PONG, il primo videogioco: è uno strumento che utilizza un computer, un televisore e una manopola per simulare una specie di partita a ping-pong.

Il gioco ebbe un successo commerciale immediato e Bushnel fondò una delle ditte di videogiochi più importanti nel mondo; da quel momento essi si sono moltiplicati e hanno invaso i bar e i luoghi di ritrovo fino a portare alla nascita di apposite sale.

I giochi dei bar sono quelli che, in una classificazione introdotta recentemente, rientrano nella categoria degli *arcade*; all'interno di essa possiamo ulteriormente distinguere i programmi che gestiscono situazioni organizzate unicamente in vista dell'aggressione per l'aggressione, come *Space Invaders*, e tutta la pletora di battaglie più o meno spaziali, e quelli che invece privilegiano una situazione nella quale viene premiata l'abilità, come ad esempio *Pac-Man*, *Muro*, *Stix*, ecc.

Va sottolineato il fatto che alcuni giochi del tipo "spara-spara" si trovano al confine tra i programmi di gioco e quelli di addestramento. Programmi di questo tipo sono utilizzati dall'aviazione militare degli Stati Uniti, e un impianto grafico-simbolico simile serve per la gestione reale di molte delle moderne armi computerizzate.

Nel 1977 due studenti dell'Università di Stanford creano il primo gioco di *adventure*, e nello stesso anno viene immesso in commercio un gioco di questo tipo: *Dungeon*. I giochi di avventura differiscono da quelli

di *arcade* perché sono spesso privi di grafica e colloquiano con il giocatore visualizzando messaggi sullo schermo, ricevendo le risposte mediante parole scritte alla tastiera; in genere si tratta di labirinti da cui si deve uscire, o di situazioni complicate nelle quali affermarsi raggiungendo un certo obiettivo. Questi giochi richiedono al giocatore una velocità di riflessi molto inferiore, ma una dose di ragionamento cosciente molto superiore.

Intorno al 1974, compaiono gli home-computer, elaboratori dal costo di poche centinaia di migliaia di lire che si diffondono nelle famiglie. Solo in Italia ne sono stati venduti più di due milioni di esemplari.

Uno strumento che, anche se viene utilizzato quasi esclusivamente per il gioco, è comunque in grado di eseguire elaborazioni matematiche e gestionali piuttosto sofisticate. Questo libro, ad esempio, è stato scritto utilizzando un programma di videoscrittura (*Word-processor*) su un home-computer. Tali macchine, anche se non brillano certo per la loro capacità di calcolo, sono però dotate di facoltà grafiche e sonore piuttosto evolute, ed è proprio per ottenere questi risultati che compaiono le prime forme di parallelismo nell'architettura degli elaboratori. Vengono realizzati coprocessori che si occupano di compiti specifici, come la generazione di suoni, di immagini e così via. Certamente, questo non è ancora la moltiplicazione dell'unità centrale, ma è già un parziale abbandono della concezione seriale di von Neumann.

La nuova architettura si diffonde talmente che si arriva alla realizzazione, per i *personal*, di coprocessori matematici a cui affidare i calcoli richiesti dalla gestione delle formule del programma.

Altra categoria di giochi che si diffonde verso la fine degli anni Settanta, è quella delle *simulazioni*. Oltre ai simulatori di volo, di cui abbiamo già parlato, abbiamo anche simulatori di guida automobilistica e di attività sportive; e ancora, simulazioni economiche,

biologiche e così via; è stato anche realizzato un programma che simula il funzionamento di una centrale nucleare: il giocatore deve "condurla" attraverso una serie di eventi come terremoti, guasti, ecc., evitando la fusione del nocciolo.

Come si può vedere, il confine tra i programmi di gioco e quelli di addestramento è estremamente labile, tanto che si potrebbe parlare di un'unica area di programmi con caratterizzazioni d'uso diverse.

A.K. Dewdney, che tiene la rubrica *(Ri)Creazioni al calcolatore* sulla rivista *Le scienze*, parla dei rapporti tra programmi di gioco ed educativi con una immagine molto bella, quella di due galassie che stanno entrando in collisione.

Comunque, se si vogliono dedicare due parole alla diffusione esplosiva dei videogiochi, io credo che si debba sottolineare l'aspetto di fiaba che è insito in ognuno di essi; il bisogno, spesso non soddisfatto, di immaginario e di magico, assieme al desiderio di affermazioni, relativamente facili, ottenibili mediante transfert negli eroi dei *games*, può servire a spiegare il loro imporsi fulmineo, anche se un discorso di tale importanza meriterebbe molto più spazio di quanto sia disponibile qui.

Viene per ultima la categoria dei giochi da tavolo, che si situa al limite con un altro settore molto interessante, quello dell'intelligenza artificiale.

Appena sono stati disponibili gli elaboratori, si è iniziato a produrre programmi per metterli in grado di giocare a scacchi; dopo gli scacchi è stata la volta della dama, del Backgammon, ecc.

12. *Intelligenza Artificiale e sistemi esperti*

Questi programmi, pur facendo parte del campo dei giochi, rientrano a pieno titolo nell'ambito della *Intelligenza Artificiale*. Il termine, abbreviato normalmente

in IA o AI, all'inglese, era stato usato per la prima volta da John McCarty dell'MIT nel 1956 per indicare il settore dell'informatica che si occupa di simulazione "intelligente" del comportamento umano.

Le ricerche sono focalizzate in alcune aree: in quella linguistica si tenta di costruire testi sensati su alcuni argomenti, oppure si mira alla sintesi vocale, alla comprensione del linguaggio parlato, alla capacità di effettuare automaticamente traduzioni da una lingua a un'altra; per l'attività visiva si punta al riconoscimento di oggetti posti in diverse posizioni; nel campo delle abilità manuali si sta tentando di realizzare programmi che guidino la manipolazione di oggetti diversi posti in luoghi vari e in posizioni differenti; infine si cerca di ottenere la capacità di individuare le strategie operative più vantaggiose in certe condizioni, con gli studi sui giochi e con la messa a punto dei *sistemi esperti*.

I sistemi esperti sono programmi che, utilizzando una serie di conoscenze fornite da un esperto e immagazzinate inizialmente, decidono una linea di comportamento per risolvere problemi di un certo tipo. Alcune versioni di questi programmi sono anche capaci di trarre informazioni dai risultati delle scelte effettuate. Programmi di questo tipo sono usati per aiutare i medici nella diagnosi di un male o nella scelta della terapia, o anche nella pratica della ricerca geologica, legata al reperimento di petrolio o altri minerali: in sostanza il programma si occupa di escludere tutta una serie di casi porgendo all'attenzione dell'esperto umano solo una ristretta rosa di soluzioni accettabili con indicazioni precise sulle caratteristiche di ognuna delle possibilità.

Si è anche cercato di costruire delle macchine capaci di dimostrare teoremi matematici, ma fino ad ora esse hanno fallito il loro compito per l'incapacità di scegliere, tra le numerosissime alternative possibili, quelle che sono più interessanti per il tema affrontato.

13. *La grafica e la musica*

Anche nella grafica sono stati messi a punto programmi che rendono possibile la sintesi di figure e successivamente la loro animazione mediante spostamenti sia all'interno che all'esterno del campo visivo. Come abbiamo detto nel precedente capitolo, gran parte del lavoro viene effettuato sfruttando le leggi di trasformazione della geometria cartesiana.

Lo sviluppo dei programmi di elaborazione grafica comprende anche la facoltà di trattare le immagini in modo da renderle realistiche, dando loro colori, opacità e tutte le altre caratteristiche richieste, tanto che ormai è frequente vedere in televisione sequenze, realizzate al calcolatore, che presentano aspetti di verosomiglianza impressionante.

Un altro campo di applicazione della grafica è quello del disegno tecnico per la progettazione: utilizzando elaboratori con caratteristiche adatte è possibile, una volta effettuato il disegno, ottenerne la rotazione in modo da poter esaminare l'oggetto da diversi punti di vista, oppure ottenere l'ingrandimento dei particolari in modo da poter definire alcune parti con una precisione maggiore.

È anche possibile simulare l'effetto di urti, sforzi di compressione, torsione, ecc.

Anche la musica ha subìto pesantemente l'influenza dei calcolatori: la comparsa, già ricordata, della radio, dei fonografi e infine dei registratori magnetici aveva, da decenni, creato una situazione tale per cui ormai la quasi totalità della musica consumata non era più prodotta da strumenti musicali, ma riprodotta da strumenti elettronici analogici.

L'apparizione dei calcolatori, con la possibilità di generare, manipolare e trasformare segnali elettronici digitali di ogni tipo, ha messo a disposizione dei ricercatori impegnati sul fronte dell'espressione sonora uno strumento molto versatile e potente. Fin dalla

prima metà degli anni settanta, vari gruppi di ricercatori operavano utilizzando calcolatori di grandi dimensioni. La diffusione dei *personal* e la comparsa di un notevole quantitativo di programmi capaci di sintetizzare, modificare ed elaborare segnali elettronici da utilizzare in circuiti sonori, ha dato un impulso grandissimo al settore. Sono stati messi a punto processori *dedicati* (adattati a questo compito specifico), capaci di emettere segnali elettronici trasformabili in suoni particolari, come risate, parlottii confusi, ecc., che vengono utilizzati nei videogiochi.

Ormai moltissima musica viene elaborata in vario modo prima di essere registrata, e sono addirittura stati scritti concerti nei quali l'elaboratore, da solo, sintetizza tutti i suoni necessari.

Infine, vale la pena di ricordare che in questi ultimi anni, proprio in contemporanea con la diffusione massiccia dei calcolatori, è comparsa e si è affermata la tecnologia digitale anche per la registrazione e la riproduzione sonora, nonostante esistesse già un'affermatissima presenza di tecnologia analogica.

Questo passaggio, nel settore della riproduzione sonora, dall'analogico al digitale, consente di avvalersi di componenti molto più economici e di ottenere una qualità senz'altro superiore. Di conseguenza, il peso reale della tecnologia analogica si sta a mano a mano riducendo, in misura direttamente proporzionale alla crescente fortuna commerciale dell'altro sistema.

Bisogna ricordare ancora l'ambito delle telecomunicazioni. Fin dalla fine degli anni sessanta la NASA, per le esigenze di calcolo collegate con il programma spaziale, aveva messo a punto le metodologie, gli standard ed il soft-ware che permettevano a diversi elaboratori, posti in località differenti, di lavorare in comunicazione. Si voleva cioè che i dati elaborati da un calcolatore fossero disponibili anche per gli altri.

Queste conoscenze hanno incrementato, quando si

sono diffusi i *personal* e gli *home-computer*, una metodologia di comunicazione molto versatile e potente. Oggi qualsiasi ditta, utilizzando il proprio calcolatore e un modem, può collegarsi via cavo telefonico con gli elaboratori di clienti e fornitori, con quelli pubblici, ecc., per ottenere e fornire informazioni in tempo brevissimo e già in forma elettronica (quindi rapidamente e facilmente elaborabile).

È superfluo sottolineare che questo ulteriore incremento nella diffusione delle informazioni ha una rilevanza tale da assurgere al rango di vero e proprio salto qualitativo. Nei precedenti paragrafi abbiamo ricordato l'effetto dell'introduzione di prodotti tecnologici quali il telegrafo, il telefono, ecc.: il fenomeno di cui ci siamo ora occupati ha indubbiamente un'importanza analoga.

Se per un istante tiriamo le fila del discorso sin qui fatto, potremo capire come i calcolatori abbiano avuto un influsso preciso e diretto sui più disparati ambiti culturali. Sul piano economico, sociale, biologico, ecc., i metodi e le strategie cognitive legate all'uso di queste macchine hanno svolto un ruolo primario, sia per quanto concerne l'acquisizione di nuovi dati che per l'elaborazione di quelli preesistenti. Se poi allarghiamo la nostra visuale e la estendiamo alla casistica degli influssi indiretti, il quadro finale assumerà contorni di una vastità impressionante.

Possiamo ora analizzare le conseguenze che la comparsa dei calcolatori ha avuto, in diversi settori specifici, sulla stessa struttura logica del pensiero: cominceremo dalla matematica.

14. *La matematica*

Questa disciplina può essere considerata la "madre" dei calcolatori, in quanto questi sono nati come evoluzione naturale delle calcolatrici, ma è certo che

ne è anche diventata la "figlia", in quanto è stata modificata profondamente dal nuovo strumento.

L'uso corretto e completo delle possibilità offerte dagli elaboratori ha dato un impulso importantissimo allo sviluppo di alcune parti della disciplina che erano state trascurate, come la teoria dei grafi, lo studio della notazione numerica espressa in basi diverse da dieci, gli studi sulla decidibilità e sulla computabilità dei problemi, le tecniche di calcolo numerico, gli studi sulla formalizzazione a vari livelli, ecc.

Rispetto alla decidibilità e alla computabilità dei problemi, studi molto importanti furono condotti, tra il 1930 e il 1940, dal matematico inglese A. Turing, sulla scia di Gödel. Egli sviluppò le idee precedenti, ipotizzando "macchine programmabili" non meglio definite, che non si curò di costruire ma intorno alle quali svolse le sue riflessioni. È interessante notare come i suoi studi abbiano preceduto di pochi decenni la costruzione delle macchine reali, i calcolatori, che avrebbero dato sostanza materiale al suo pensiero. Dopo la seconda guerra mondiale, Turing iniziò a interessarsi alla realizzazione pratica degli elaboratori, collaborando alla costruzione di "EDSAC" e di altre macchine analoghe. Purtroppo morì giovane nel 1953.

La disponibilità di macchine capaci di gestire modelli matematici complessi, come quelli utilizzati dai calcolatori, richiese una specifica struttura teorica. Nacque così verso la fine degli anni settanta la *teoria dei sistemi*. Questo strumento ha permesso di elaborare modelli di eventi economici, biologici, fisici, ecc., di una potenza assolutamente inimmaginabile.

Fino alla comparsa dei computer, i matematici si erano occupati essenzialmente di due tipi di problemi: quelli inerenti ai numeri piccoli e quelli inerenti all'infinito. Le ragioni sono abbastanza chiare: i numeri piccoli sono analizzabili con attività di calcolo semplici, mentre l'infinito è analizzabile logicamente, non essendo sottoponibile a calcolo. I calcolatori hanno in-

vece permesso di affrontare il settore dei numeri finiti grandi.

Nella teoria dei numeri il calcolatore ha prodotto un fenomeno paragonabile a quello che in astronomia si è avuto con la comparsa del telescopio. Analizziamo alcuni eventi significativi: il primo si ebbe quando L.J. Lander e T.R. Parking dimostrarono l'esistenza di una soluzione per l'equazione $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 = e^5$. Tale equazione era stata data per irresolubile da Eulero; successivamente, J. Dieudonné aveva dimostrato che l'affermazione di Eulero conteneva alcune imprecisioni. La scoperta della soluzione, data dai numeri 27, 84, 110, 133, 144, fece sensazione, anche perché fu ottenuta con diverse ore di calcolo effettuato per tentativi.

Si può osservare come il metodo di esplorazione dei numeri "per tentativi" offra uno strumento capace di estendere molte proprietà, definite come valide oltre un certo N per N opportunamente grande, assegnando loro una validità generale. Se il calcolatore si occupa di esaminare i casi più piccoli di N è possibile risolvere il problema, ma un lavoro di questo tipo prevede l'esame di molte migliaia se non milioni di casi, ed è affrontabile solo con l'uso del calcolo automatico, che lo risolve con un intervento di potenza e non certo di ragionamento.

Questa scelta apre però vari problemi; infatti si definisce dimostrata un'asserzione se un ragionamento costituito da un numero *finito* di passaggi permette di arrivare alla sua dimostrazione. Fino alla comparsa dei calcolatori, la cosa era apparsa ragionevolmente chiara, ma ora si pone il problema di quale sia il numero limite di tentativi accettabile, o in altre parole di quale sia il numero oltre il quale smettere perché ci si è "avvicinati" abbastanza all'infinito.

Un altro caso di dimostrazione eseguita al calcolatore che destò scalpore fu la soluzione dell'annoso problema dei *"quattro colori"*: l'esperienza insegna che è

possibile colorare una carta geografica utilizzando solo quattro tinte ed evitando di assegnare a due regioni contigue lo stesso colore; il problema se questa proprietà fosse universale e dimostrabile era stato sollevato nel 1852, ma da allora aveva resistito ad anni di ricerche e di tentativi di soluzione.

Sul piano teorico questa proprietà era stata dimostrata valida per cinque colori, ma nessuno era stato capace di dimostrare che quattro colori fossero sufficienti; i numerosi matematici che avevano affrontato il problema erano riusciti solamente a individuare alcune caratteristiche generali e alcune classificazioni che riducevano i casi possibili da infiniti a molte migliaia, ma a questo punto avevano dovuto fermarsi.

Nel 1976 K. Appel e W. Haken ottennero una "dimostrazione" attraverso l'impiego di 1200 ore di tempo-macchina di un elaboratore ad alta velocità; questo esaminò tutti i casi possibili e fornì la risposta richiesta. Il dipartimento di matematica dell'Università dell'Illinois, sede dell'impresa, emise un timbro postale, "four colors suffice", per ricordare l'avvenimento, ma alcuni matematici non furono altrettanto entusiasti.

Un'elaborazione effettuata con 1200 ore di calcolo ad alta velocità assomiglia molto da vicino a una serie infinita, o comunque di dimensioni tali da essere completamente fuori dal nostro controllo di esseri umani. Un'altra caratteristica delle dimostrazioni, oltre alla finitezza del numero dei passaggi, deve essere la possibilità, per chiunque, di controllare la validità della dimostrazione stessa. È ben chiaro che solo un altro calcolatore può ripercorrere tutti i passaggi della "dimostrazione" in questione, per cui alcuni sostengono che non è stato dimostrato nulla, essendo in gioco solo un problema di "fede".

Ma è avvenuto un terzo fatto, ancora più "scandaloso" dei precedenti: il matematico francese Fermat aveva individuato nel 1640 un test che permetteva di escludere la primalità di alcuni numeri. Il teorema di-

ce che se un numero N è primo e B è un altro numero intero, allora $b^n - b$ è multiplo di N; da questa affermazione si può trarre un test che ci dice se B sia primo o no.

I numeri che superano questo tipo di test vengono detti pseudoprimi, perché, al loro interno, esistono ancora i numeri cosiddetti di Carmichael, che pur superando il test non sono primi. Questi numeri sono molto pochi. I numeri primi inferiori a 20 miliardi sono esattamente 882.206.716: se si eseguisse il test di Fermat in base 2 su tutti i numeri compresi tra 1 e 20 miliardi, la percentuale di errori, e cioè di numeri pseudoprimi, sarebbe di circa uno su un milione.

Negli anni settanta due studiosi dell'Università di Berkeley misero a punto una variante del test di Fermat per dimostrare la primalità di un numero, e dimostrarono che se un numero passava il loro test la probabilità che si trattasse di uno pseudoprimo era inferiore o uguale a uno diviso 10^{30}, una probabilità tale da essere molto superiore al livello di "sicurezza" di molte "dimostrazioni". Alcuni hanno osservato che un livello tale di "incertezza" (ma sarebbe più corretto definirla "certezza") potrebbe essere accettato come dimostrazione matematica della primalità del numero che passi il test.

Questo risultato pone ovviamente una serie di problemi che riguardano il concetto stesso di certezza matematica e di dimostrazione: il livello di certezza raggiunto mediante il test proposto è tale da imporre una distinzione tra i concetti di dimostrazione e di certezza, separandoli. In questo modo però si mette in discussione una parte consistente dell'intelaiatura stessa del pensiero matematico, abituato a collegare la certezza solo alla dimostrazione, e a separare nettamente le affermazioni probabili da quelle dimostrate e perciò considerate certe.

Si può dire tranquillamente che risultati di questo genere impongono un ripensamento dalle fondamenta

dei concetti stessi di certezza e di dimostrazione di una proprietà per un certo ente matematico.

Oltre a tutto ciò, la comparsa dei calcolatori ha permesso di allargare lo studio delle serie matematiche. In precedenza, questo studio si limitava all'esplorazione di quelle serie il cui sviluppo fosse regolare: si poteva infatti ragionare sul valore del termine *ennesimo* in base alle linee di tendenza mostrate dalla serie nei suoi primi elementi. Ora invece l'esplorazione si è allargata a quelle serie che, pur non essendo definibili mediante formule, possono essere analizzate mediante il loro *algoritmo di sviluppo*. Esse possono avere andamenti molto strani, e a volte l'unico modo di conoscere il termine *ennesimo* consiste nel percorrere tutta la serie fino a quel termine: una cosa del genere è possibile, ovviamente, solo per un calcolatore, se N è abbastanza grande.

Queste nuove serie si chiamano *attrattori strani* proprio per il loro andamento imprevedibile.

Un altro gruppo di enti esplorabili unicamente mediante la definizione del loro algoritmo e lo sviluppo dello stesso sono gli *automi cellulari*, enti che "vivono" in uno spazio reticolato riproducendosi o morendo in base alle condizioni delle celle circostanti. Se vogliamo esprimerci in un linguaggio più matematico possiamo dire che, ad ogni ciclo di calcolo, ogni elemento di una certa matrice assume un valore, scelto in un insieme finito in base ai valori degli elementi contigui.

Questi nuovi strumenti matematici, gli *attrattori strani* e gli *automi cellulari*, sono applicabili alla modellizzazione di fenomeni fisici che fino ad ora erano sfuggiti a una rappresentazione matematica proprio per il loro andamento irregolare.

La novità introdotta da questi studi consiste nel fatto che l'ente viene definito non mediante una formula, ma attraverso l'esplicitazione dell'algoritmo che lo genera; tale impostazione logica richiede, a diffe-

renza della precedente, la disponibilità di una potenza di calcolo che percorra materialmente tutti i passi che separano la condizione iniziale dall'elemento da considerare. Questi enti, in altre parole, sono inconoscibili se non si dispone di una potenza che trascenda di molti ordini di grandezza quella degli esseri umani in se stessi.

Di peso apparentemente inferiore è un'altra serie di fenomeni inquadrabili nel contesto delle abitudini operative: per esempio, quella di risolvere problemi, anche semplici, sfruttando la potenza di calcolo dell'elaboratore e non più gli algoritmi – eleganti ma lenti – che erano di uso corrente alcuni anni fa e che tuttora sono materia di insegnamento nelle scuole. Tali algoritmi avevano il difetto di essere applicabili solo al calcolo manuale, richiedendo ogni problema un ragionamento a sé, come nel caso delle equazioni differenziali. Queste ultime vengono oggi affrontate con tecniche di calcolo numerico messe a punto negli ultimi decenni, mentre una volta esse esigevano un lavoro molto complesso, ma, per l'appunto, più "elegante".

Come abbiamo già detto e come emerge ampiamente dalle analisi appena fatte, la matematica sta vivendo una fase di profonda trasformazione della sua stessa struttura logica e delle sue possibilità di comprendere il reale e di costruire e gestire con dinamismo modelli nuovi, più complessi e dotati di maggiore aderenza alle cose. È una trasformazione grandiosa, i cui effetti non siamo ancora in grado di prevedere e apprezzare nella loro totalità.

15. *Il vivere quotidiano*

Anche gli altri settori della conoscenza umana stanno attraversando un periodo di sviluppo intenso e multiforme di cui non è facile individuare gli sbocchi più significativi.

Sia per gli individui che per i gruppi diventa sempre più difficile avere un quadro complessivo di ciò che sta avvenendo, soprattutto perché la produzione di informazioni ha oramai assunto caratteristiche di vera e propria industria, dove la quantità prevale spesso sulla qualità.

La automatizzazione della gestione delle informazioni produce, come è facile immaginare, un profondo mutamento sulle modalità del processo produttivo in generale, ed in particolare su alcuni aspetti specifici.

Diventa ora possibile gestire in maniera intelligente processi che avvengono in ambienti nocivi o addirittura letali per gli esseri umani: ricordiamo la robotizzazione dei reparti di verniciatura delle auto, e la effettuazione della manutenzione delle centrali nucleari, nelle zone cosiddette "calde", ovvero a tasso di radiazioni proibitivo.

Comunque l'impatto più violento è quello che si è avuto nel settore del lavoro di concetto.

Questo è stato in larga parte meccanizzato: è diventato possibile che i terminali di cassa dei supermercati, registrando la merce in uscita per la preparazione del conto al cliente, aggiornino automaticamente la registrazione della consistenza del magazzino in modo da fornire, istante per istante, la situazione della giacenza delle diverse merci.

Questo servizio una volta veniva svolto periodicamente dal magazziniere, ma ovviamente forniva una informazione limitata appunto per la sua periodicità, ora invece è diventata possibile una programmazione degli acquisti tale da minimizzare il costo del magazzino stesso.

Ancora nelle banche è scomparsa la vecchia divisione del lavoro e si è affermata la figura del cassiere terminalista, figura tuttofare, che, via terminale, provvede alla effettuazione della operazione richiesta, alla sua registrazione ed all'aggiornamento dei conti interessati.

Negli studi di progettazione il disegno delle parti che vanno ripetute più volte, come ad esempio i bulloni in un pezzo meccanico, o gli infissi in un progetto di stabile, sono memorizzati dal calcolatore e vengono riprodotti automaticamente nei punti in cui l'operatore li richiede.

È avvenuto cioè che tutti i lavori ripetitivi e che non richiedono particolari doti di adattabilità sono stati meccanizzati.

Si è prodotta da un lato una precisa dequalificazione del lavoro delle persone che devono solo "accudire" ai calcolatori, e dall'altro una qualificazione di coloro che, utilizzando queste macchine, possono potenziare la propria creatività.

In generale, si hanno una contrazione della quantità di manodopera richiesta e condizioni di lavoro che, se migliorano sul piano direttamente fisico, diventano però sicuramente più stressanti.

Per quanto riguarda le applicazioni militari, bisogna ricordare come i computer siano nati in un centro-studi dell'esercito, e questa loro "vocazione" è rimasta molto esplicita. Ormai la grandissima maggioranza delle armi comprende livelli vari di intelligenza meccanizzata. Si va dall'attività di traduzione che rende comprensibili su uno schermo televisivo i segnali captati da un radar, all'interpretazione di segnali di ogni tipo, all'attività spionistica gestita mediante intercettazione e decifrazione di messaggi scritti in codice e sui canali più diversi, fino ai proiettili inseguitori o autopuntanti, che individuano il bersaglio e lo seguono fino a centrarlo con una precisione incredibile.

Ancora una considerazione: l'attuale tendenza è di contrapporre le armi "intelligenti" seppur tradizionali, e le armi atomiche. Non c'è un'alternativa secca, ma a voler percorrere questa strada fino in fondo si avrebbe forse la possibilità di ridurre la prospettiva di quell'orrore assoluto che è la catastrofe atomica. Non

si vuole certo sostenere con ciò che le armi tradizionali "intelligenti" siano migliori, ma soltanto che esse sarebbero comunque preferibili ad un eventuale e indiscriminato utilizzo militare dell'energia atomica.

L'ipotesi di gran lunga preferibile sarebbe comunque il disarmo totale.

CONCLUSIONI

1. *Informazione per tutti*

Abbiamo visto che, nel corso della storia, è esistito un rapporto continuo di interdipendenza tra la complessità del mondo e della società, le capacità di pensiero logico, astratto, formale, ecc. di cui disponiamo, e infine la potenza e le caratteristiche degli strumenti e delle macchine usate per raccogliere ed elaborare informazioni.

Una rapida, ma non troppo superficiale, analisi di quanto ci sta succedendo intorno mostra che negli anni dal cinquanta ad oggi si è avuta una brusca impennata, quantitativa e qualitativa, nella crescita della complessità: sono aumentate sia la popolazione sia la produzione, ma è anche cresciuta la sperequazione nella distribuzione del benessere, sia tra i diversi stati sia all'interno di ciascuno di essi. È aumentata la ricchezza totale disponibile, ma la denutrizione affligge masse crescenti di persone.

Tra il sessanta e l'ottanta si è avuta una larga disponibilità di strumenti elettronici di comunicazione: telefono, radio, TV ed HI-FI; dall'ottanta ad oggi si è aggiunta la diffusione di strumenti di calcolo e di elaborazione di informazioni di una potenza incredibile e in un numero inimmaginabile. In Italia, nel 1987, ci siamo trovati vicini al valore di un compu-

ter ogni trenta abitanti. Oggi si può considerare diffusa a livello di massa la disponibilità di una potenza di ricezione di informazioni e di elaborazione che, solo pochi decenni fa, era negata ai più avanzati centri di ricerca.

2. *Il problema*

A questo punto, si pone il problema se sia ipotizzabile un salto di qualità nelle capacità logiche degli esseri umani. Se la risposta è sì, allora bisogna chiedersi quale sia la direzione di questo mutamento e quali le sue caratteristiche.

Questa è la domanda a cui tenteremo di dare una risposta, sia pure parziale.

Cominciamo a considerare le caratteristiche delle macchine da calcolo che ci circondano. Queste, come la maggior parte degli strumenti della nostra epoca, tendono a sostituire l'essere umano in una serie di operazioni, piuttosto che aiutarlo a svolgerle con minor fatica.

Tale sostituzione, portata a livelli massicci, che effetto può avere? Può liberare tempo ed energie che una volta venivano spese in attività ripetitive "non intelligenti".

Questa liberazione può essere un passo in avanti? Nel caso di lavori manuali creativi, la sostituzione si è dimostrata in definitiva un grosso passo indietro, in quanto ha relegato l'uomo a funzioni ancora più meccaniche e ripetitive, privandolo anche del piacere della produzione diretta. Discorso diverso meritano i lavori manuali privi di una componente creativa, come ad esempio la lavatura dei panni. Per il lavoro di calcolo sembra di poter dire la stessa cosa: è stato senza dubbio positivo l'aver ottenuto la liberazione di migliaia di persone dalla inumana fatica di effettuare manualmente massicce quantità di calcoli.

Ovviamente, però, il valore del discorso dipende da come il tempo così liberato viene utilizzato. L'individuo può impiegarlo per sviluppare un uso più intelligente e creativo delle proprie capacità personali. È però anche possibile che si arrivi solo a una dilatazione della necessità di "ammazzare il tempo", quello liberato, che già affligge la nostra società. Le passate esperienze in questa direzione non sono molto entusiasmanti.

È pensabile che l'effetto sia una situazione nella quale un gruppo di individui abbia la possibilità di sviluppare le proprie capacità in maniera notevolissima, mentre la maggioranza regredisce; oppure che le potenzialità liberate portino a un ulteriore aumento delle capacità produttive, mantenendo invariato l'impegno richiesto a ogni individuo, o ancora che si sviluppi una situazione che comprenda parzialmente tutte le ipotesi citate e altre ancora; è comunque molto difficile azzardare previsioni, perché le variabili in questione sono troppe.

I problemi che abbiamo sollevato richiedono, per essere affrontati correttamente, un amalgama di riflessioni generali e specifiche. Dobbiamo considerare che, accanto all'incredibile aumento della potenza di calcolo e di comprensione, abbiamo avuto negli anni che vanno dall'Ottocento ad oggi anche un incremento notevolissimo della disponibilità di energia, della capacità di usare questa energia per intervenire sull'ambiente, e della capacità produttiva in generale. Tutto ciò fornisce ulteriori elementi per comporre il quadro globale della realtà in cui ci muoviamo.

La trasformazione in atto può avere valenze individuali e sociali molto diverse. Come abbiamo visto, alcuni traggono dalle nuove tecnologie innumerevoli vantaggi e occasioni favorevoli per consolidare il proprio potere e influenzare con maggior forza la realtà circostante. Altri invece (ed è probabile che siano in maggioranza) non sapranno o non vorranno volgere a

loro vantaggio le occasioni date, o più semplicemente non riusciranno a scorgere vantaggi di sorta. Le condizioni di vita di diverse persone, perciò, peggioreranno sensibilmente secondo un indice assoluto o relativo, in conformità ai vari casi. E a decretare tale regresso è la perdita di potere, imputabile all'esclusione da tutti quei luoghi che consentono l'accesso alle informazioni.

3. *Dilemmi nella società tecnologica*

Per capire meglio ciò che sta accadendo, dobbiamo immaginarci i gruppi di individui come entità che agiscono, pensano, perseguono fini determinati e competono tra di loro. Dobbiamo anche tener presente che noi siamo passati da una situazione nella quale le forze della natura ponevano un preciso limite alle attività della specie, ad una in cui l'unico limite è invece costituito dall'uomo stesso (da gruppi di uomini) nei confronti di altri uomini e gruppi. Di questi gruppi, alcuni hanno un rapporto privilegiato con il potere, nel senso che lo posseggono e ne corroborano il possesso grazie alla padronanza delle nuove macchine.

Quando parliamo di gruppi intendiamo riferirci ad organizzazioni economiche, sociali e politiche quali le imprese industriali o finanziarie, i partiti, i sindacati, gli organismi culturali, la burocrazia, l'esercito, la polizia, ed infine gli stati stessi e le entità sovrannazionali. È a questo livello che agisce la complessa meccanica dei vantaggi resi possibili dai nuovi e sofisticati strumenti di informazione. Inoltre, la diffusione massiccia negli anni ottanta dell'informatica individuale (personal e home-computer) ha favorito la nascita di un'altra figura: quella del fruitore "per diletto" di tecnologie avanzate.

Diciamo che fino ad oggi gli elaboratori sono stati uno strumento che ha sostenuto il potere di chi ha po-

tuto permettersi il loro uso; recentemente, però, sono cambiate alcune condizioni di base: la potenza di calcolo non è più riservata a pochi. Lo stesso non si può dire per le capacità culturali di utilizzare questa potenza, ma comunque anche in questo settore si assiste a un'evoluzione.

Se consideriamo la cosa da un punto di vista ancora più generale, vediamo che, a livello di specie, l'esistenza di gruppi dotati di un potere di governo così esteso non è solo un vantaggio.

Attualmente la nostra specie si trova a dominare il pianeta senza alcuna contrapposizione: possiamo permetterci di essere di gran lunga la specie più aggressiva e sterminatrice tra quelle viventi. Ogni anno gli esseri umani uccidono molti più animali cosiddetti feroci di quanti uomini vengano uccisi da tutte le altre specie messe insieme. Se un uomo, solo e senza armi, incontra una tigre, ovviamente è quasi sicuro di venire ucciso, ma in realtà sappiamo tutti benissimo che sono molte di più le tigri uccise dai cacciatori che gli uomini uccisi dalle tigri. Alcune specie di pescecani, animali che sono quasi un simbolo della ferocia, si stanno estinguendo per la pesca troppo intensiva di cui sono vittime.

L'uso di questa grande capacità di comprensione e di governo degli eventi, finalizzata al prevalere di gruppi o individui gli uni sugli altri, e all'asservimento indiscriminato dell'ambiente, è arrivato a un livello tale da mettere a repentaglio la sopravvivenza della nostra stessa specie. Questo perché noi stessi portiamo attacchi, con tutta la distruttiva potenza di cui disponiamo, ai nostri "nemici" contingenti, o direttamente all'ambiente, arrivando così molto vicino alla distruzione dell'equilibrio globale.

4. *Gestire la realtà*

Il problema sta nel fatto che la capacità di governare la realtà non si accompagna alla capacità di governarla "bene".

Noi sappiamo ormai raggiungere la larga maggioranza degli obiettivi che ci poniamo, ma ci comportiamo ancora secondo gli schemi di una cultura adatta a un mondo passato nel quale la nostra potenza era enormemente inferiore; perciò abbiamo difficoltà a selezionare i modi di intervento e gli obiettivi congruenti con la nuova situazione in cui ci troviamo immersi.

L'immagine dell'*homo faber* che si impone sulla natura o sui "nemici" utilizzando al massimo tutti i mezzi di cui dispone è un modello invecchiato.

Facciamo un esempio: se è necessario collegare tra di loro due località, si ricorre praticamente sempre alla costruzione di un'arteria stradale, sulla quale correranno automobili e veicoli industriali. Le rilevanti risorse di calcolo di cui oggi disponiamo saranno così utilizzate per risolvere "di prepotenza" sia il problema della costruzione della strada sia quello della gestione del trasporto. Il più delle volte non verranno nemmeno esplorate le eventuali altre possibilità, come ad esempio la costruzione di una ferrovia, di una teleferica, e simili, che in alcuni casi permetterebbero soluzioni altrettanto se non più soddisfacenti, con costi di gestione e di impatto ambientale molto inferiori.

Insomma, la potenza di calcolo spesso viene impiegata non per comprendere meglio quello che si deve fare, ma per risolvere le difficoltà contingenti. Si rinuncia così a priori alle possibilità offerte dalle nuove forme di conoscenza.

Questo modello culturale è molto forte e si sta continuamente sviluppando: attualmente si diffonde in una versione sofisticata detta *problem solving*. Si tratta di individuare problemi e quindi di occuparsi uni-

camente, ma con la massima efficacia possibile, della loro soluzione.

In sé non vi è nulla di male in questo modo di affrontare la realtà, se non il fatto che, ignorando il contesto generale in cui il problema si pone, si corre il rischio di generare, con la "efficace" soluzione proposta, difficoltà spesso anche più gravi del problema iniziale.

Riprendendo l'esempio già proposto: la strada che verrà costruita sarà qualcosa di molto diverso dalle strade medievali o romane; infatti sarà realizzata non già adattandosi all'ambiente esistente, ma stravolgendo l'assetto del territorio: si perforeranno le montagne con gallerie e si creeranno viadotti sulle valli, si realizzerà cioè un manufatto che si imporrà sull'ambiente invece di integrarsi in esso.

Questa discrepanza non è dovuta al fatto che i Romani o gli uomini del medioevo fossero buoni e noi invece cattivi, ma solo alle differenti condizioni tecniche e operative, e anche al fatto che noi adoperiamo le risorse di cui disponiamo con lo stesso spirito con cui gli uomini del passato adoperavano le loro. Insomma: l'idea di poter risolvere un problema attraverso la semplice disamina dei suoi aspetti interni, pur essendo accettata e difesa dagli stessi appassionati di computer come valido metodo di lavoro e indice di un'impostazione culturale avanzata, è invece vecchia e profondamente negativa.

Chiaramente, come in tutte le cose, anche nelle attività impostate secondo questo schema culturale esistono casi nei quali gli operatori hanno agito correttamente e altri nei quali sono stati fatti scempi orrendi, ma questo è abbastanza marginale rispetto al giudizio sull'impostazione culturale in sé.

È vero che, proprio grazie ai computer e agli altri mezzi di cui disponiamo, è possibile progettare, realizzare e gestire un'autostrada con costi che sono solo una piccola frazione di quanto avrebbero dovu-

to spendere gli antichi Romani o la società del Seicento, ma l'ambiente continua a pagare prezzi enormi in termini di rottura degli equilibri biologici, di degrado idrogeologico e così via.

Purtroppo, gioca contro un approccio più adatto alla realtà attuale anche la tendenza degli esseri viventi a mantenere modelli culturali e di comportamento al di fuori del loro ambito di validità, modificandoli il meno possibile.

Il modello culturale dell'approccio "efficiente" è il frutto di millenni di relativa impotenza della nostra specie nei confronti della natura.

In passato, ogni individuo o gruppo doveva lottare, con massimo dispendio di energie e di strumenti, per il conseguimento di ogni singolo obiettivo. Oggi, invece, la straordinaria crescita tecnologica che si è verificata esige da noi l'abbandono di quell'inutile e ormai ingiustificato approccio *hard* alla realtà, a favore di un avvicinamento *soft* alla medesima, secondo contenuti e modalità che sono ancora tutti da giocare e decidere.

5. *Quali obiettivi?*

Esiste anche la difficoltà di saper valutare con attenzione non solo l'obiettivo che ci poniamo, ma anche il costo, in termini generali, del suo conseguimento; dobbiamo cioè imparare a valutare se quello che ci proponiamo sia un "buon" obiettivo.

La definizione di *buon obiettivo* è un nodo cruciale, e si presta a moltissime discussioni: sarebbe forse più semplice sostituire il concetto di "buono" con quello, meno ambiguo anche se più prosaico, di "vantaggioso". Fatto questo, rimane da verificare per chi deve essere vantaggioso un buon obiettivo...

Ormai la natura ha sempre più raramente la possibilità di impedire le realizzazioni che supponiamo

dannose. L'unica forza che può opporsi al danno nell'interesse generale è un gruppo di pressione che, utilizzando gli stessi sofisticati strumenti di conoscenza e di comunicazione, sappia promuovere una campagna per ottenere il rispetto dell'ambiente.

Questo gruppo dovrà avvalersi, con altrettanta o forse maggiore intelligenza creativa, degli stessi mezzi di informazione. Sarà utile stabilire alleanze (per tornare al nostro esempio) con i costruttori di ferrovie, con i proprietari dei terreni da espropriare e così via, ma soprattutto sarà necessario che il più alto numero possibile di persone capisca che sta subendo un furto, e solo l'accesso alle fonti delle conoscenze e delle informazioni può consentire lo sviluppo di tale capacità di comprensione.

In sostanza, bisogna ricordare che le macchine servono quelli che ne sanno utilizzare le potenzialità: è chiaro che le ha costruite e pensate il potere, è anche chiaro che, fino ad ora, le ha utilizzate sempre il potere, ma non è detto che sia sempre solo così; inoltre, il potere non è una struttura monolitica perfettamente oliata e accentrata. Nelle nostre società ne esistono parti, più o meno grandi, in ogni gruppo, e queste parti possono essere usate più o meno bene, in varie direzioni, o non essere usate del tutto.

La questione ha ovviamente uno spessore etico e politico, ma anche, una valenza culturale. In fin dei conti, noi non ci troviamo in una situazione molto diversa da quella in cui si trovarono i Sumeri: l'arricchimento tecnico, progressivo e inarrestabile (fino a che punto?), ci pone di fronte al bisogno di fondare una nuova cultura che faccia tesoro delle strutture logiche messe a punto in questi anni di ricerca e predisponga già un apposito spazio per le future acquisizioni.

Un esempio di cosa sia possibile fare, lavorando con un approccio valido, è dato dallo studio e dal dibattito sul cosiddetto “inverno nucleare”.

La capacità di calcolo di alcuni elaboratori, nemme-

no troppo sofisticati, ha permesso a un gruppo di ricercatori di evidenziare elementi del probabile scenario che conseguirebbe a una guerra nucleare tra le superpotenze. Il risultato, ottenuto utilizzando modelli matematici messi a punto per effettuare previsioni meteorologiche, ha provocato un dibattito in tutto il mondo, che ha implicato importanti prese di posizione sia morali sia politiche.

Un altro esempio è dato dall'attività di alcune classi di scuola media, che hanno utilizzato un semplice programma di simulazione, elaborato dal professore di scienze assieme ai ragazzi, per capire cosa sarebbe successo dopo il disastro di Cernobyl. I ragazzi hanno previsto in primavera che in autunno ci sarebbe stato un aumento di concentrazione di radioattività nelle verdure. Questo si è realmente verificato.

Il problema è di capire perché alcune persone decidono di usare il calcolatore in un modo e altre in maniera diversa...

Prima di proseguire, vorremmo sottolineare che, in ogni caso, chi non dispone di questi mezzi non può decidere né di utilizzarli bene, né di utilizzarli male: è semplicemente tagliato fuori dalla possibilità di conoscere, di elaborare e di comprendere ciò che sta succedendo. È cioè un "povero" o, con altra espressione, uno "schiavo", in quanto è privato del potere di agire sulla realtà. Potrà soltanto reagire sul piano emotivo, e quindi in modo superficiale, a eventi che non riesce affatto a padroneggiare, neppure a grandi linee. Un esempio di reazioni di questo tipo si è avuto nel caso del disastro di Cernobyl: moltissime persone si sono lasciate afferrare dal panico invece di assumere un atteggiamento razionale e consapevole.

Non è certo una novità che i poveri subiscano tale privazione; basti pensare che solo a partire dal secolo scorso si è avuta una pressoché capillare diffusione in Europa della scrittura, che è una tecnica nota da varie migliaia di anni. E si pensi infine che, se tale esclusio-

ne dal potere della conoscenza e dell'informazione è l'aspetto più grave dello stato di povertà nei nostri paesi, in quelli sottosviluppati, invece, essa è la causa primaria di un'umiliante miseria materiale.

6. *Quale futuro?*

A questo punto, il problema che si pone è riassumibile in questi termini: è necessario che gli esseri umani, nel futuro prossimo, imparino a usare correttamente la potenza di cui dispongono, cercando di governare la realtà verso una riduzione delle tensioni.

L'obiettivo può essere conseguito solo attraverso un intervento che sia nel contempo culturale e pedagogico: è necessario elaborare in tempi brevissimi, non più di alcuni decenni, una nuova cultura, che si adatti alle nuove condizioni, e diffonderla attraverso un'opera educativa immane.

Se i Sumeri hanno saputo svincolarsi dal contingente per arrivare alla nozione astratta di quantità, indipendente dagli oggetti che la compongono, noi oggi possiamo sviluppare un ragionamento che non sia più vincolato al singolo problema, ma consideri categorie di problemi raggruppabili in un unico algoritmo risolutivo. Per fare un esempio banale, possiamo dire che non ci interessa più sapere che tre più due fa cinque, ma che due numeri qualsiasi, sommati tra di loro, danno un risultato che non cambia invertendo l'ordine degli addendi.

Bisogna ricordare che furono proprio i Sumeri, alle prese con un problema abbastanza simile al nostro, a istituire le prime scuole di cui si abbia notizia certa, e questa è un'indicazione preziosa.

Inoltre, i Sumeri ebbero a disposizione per la loro opera un periodo di tempo valutabile intorno al millennio, mentre a noi sono concessi solo alcuni decen-

ni, se vogliamo ridurre al minimo le tensioni violente che stanno generandosi.

Il compito da assolvere è arduo: l'algebra, per esempio, ha alcuni secoli di vita, ma non è ancora entrata a far parte del comune bagaglio culturale; anche le persone che ne conoscono le regole difficilmente l'assumono come *forma mentis*.

Mentre ormai chiunque sa che è possibile risolvere un problema concreto ragionando sul suo modello numerico, solo pochi sanno operativamente, e non sul mero piano teorico, che è pure possibile una forma di ragionamento che concentri l'attenzione non sui numeri ma sui rapporti tra i dati di partenza; ciò accade perché nella vita quotidiana tale forma di pensiero non fornisce vantaggi rispetto al modo corrente di ragionare. La diffusione degli home-computer ha messo a disposizione uno strumento che permette di premiare la capacità di manipolare modelli algebrici della realtà. Ciò potrebbe essere la base materiale per una diffusione dei nuovi modelli cognitivi, la cui importanza sociale è pari a quella del saper leggere e scrivere.

Le capacità di astrazione richiedono tempo per potersi sviluppare, come hanno mostrato molti studi, principalmente quelli di Piaget. Il bambino, se stimolato troppo precocemente, riesce a simulare un apprendimento perché dispone di capacità mnemoniche fantastiche, ma esse verranno sviluppate a detrimento delle possibilità future.

Il secondo aspetto negativo di una stimolazione troppo precoce dei bambini all'apprendimento è dato dal fatto che, passata la prima fase, per così dire "produttivistica", il bambino che ha imparato a tre anni a leggere e scrivere e che dall'età di due recita i numeri e le tabelline verrà immesso in una scuola che è rimasta praticamente a un'era precedente all'invenzione della *pascalina*.

Inoltre nella scansione dell'attività scolastica avvie-

ne un fenomeno di ribaltamento di modi e tempi: molti bambini arrivano alle elementari avendo "imparato" a scrivere alle materne, oppure quando entrano alle medie hanno già sentito spiegare le principali formule di geometria piana, compresa la dimostrazione della formula della superficie del trapezio.

Purtroppo, però, pochissimi di loro sanno cosa sia un numero, quale sia la differenza tra la misurazione e il calcolo di un'area, mentre nei casi più gravi possono addirittura mancare di alcune fondamentali capacità logiche, come la comprensione di alcune proprietà topologiche dello spazio, a causa della deprivazione che hanno subìto sul piano motorio stando fermi per ore davanti al televisore.

Lungi dal capire realmente i temi di cui peraltro discutono, essi accumulano nozioni sterili e slegate fra di loro, non comprendendole in profondità ma aggiungendole a quelle che ricevono, in modo del tutto acritico, dalla TV.

Non vogliamo, dicendo questo, dar l'impressione di unirci a quanti lanciano vecchi anatemi contro la televisione: si tratta senz'altro di un importante mezzo di comunicazione, ma è appunto la sua essenziale funzione pedagogica a dover essere evidenziata più di quanto non sia attualmente.

Oggi i ragazzi, più che di ricevere informazioni, hanno bisogno di realizzare esperienze formative. Nella situazione attuale, si formano persone che, invece di disporre di nuove capacità logiche e di pensiero, non dispongono appieno nemmeno di quelle usuali.

La formazione delle capacità di pensiero va affrontata ricercando e costruendo itinerari formativi che da un canto riassumano tutte le tappe dello sviluppo del pensiero dell'uomo, senza "bruciarle", e dall'altro permettano precocemente approcci produttivi alle tecnologie avanzate, in settori limitati e controllabili.

Ad esempio, se una scuola materna facesse utilizza-

re ai bambini una certa quantità di videogiochi, opportunamente selezionati, ciò sarebbe molto utile. Lo stesso si potrebbe dire di una scuola elementare che usasse i calcolatori come strumenti di scrittura nella fase in cui i bambini debbono accostarsi a questa attività; che inoltre, invece di insegnare le formule astrattamente, utilizzasse programmi adatti per mostrare graficamente come si comportano alcuni enti matematici, guidando i ragazzi nella riflessione su ciò che hanno visto; o che infine, con il LOGO, li abituasse a riflettere realmente sui problemi generali.

Sarebbe anche importante che i bambini fossero guidati, con particolare cura, ad apprendere quelle forme di ragionamento che non sono supportate dalle nuove macchine, come il ragionamento continuo o analogico.

Si potrebbe continuare così per tutti i livelli di scuola, e scrivere un nuovo libro, ma non è questo il luogo nel quale affrontare una trattazione approfondita del tema; basti aver chiarito che sia le famiglie sia le strutture pubbliche sono, in questo momento, poco attrezzate al difficile e importantissimo compito dell'educazione dei ragazzi, e questo è un problema che coinvolge tutti i paesi: è un problema mondiale.

Forse, nonostante tutto, è possibile ottenere che il lento adeguarsi delle strutture culturali, della sensibilità umana e dell'equilibrio emotivo possano concludersi con il raggiungimento di un livello più avanzato, come è successo ai Sumeri. Ma non possiamo nasconderci che sono anche possibili soluzioni completamente diverse...

CRONOLOGIA

4000 a.C. calculi dei Sumeri.

2000 a.C. comparsa dello ieratico egiziano.

900 a.C. si sviluppano le idee sul valore di posizione.

800 a.C. gli Etruschi usano l'abaco.

542 a.C. in Cina si usano i bastoncini per calcolare.

250 a.C. compaiono i pallottolieri. Ctesibio inventa un orologio ad acqua nel quale il flusso di liquido è regolato da un meccanismo di retroazione. Euclide sviluppa la geometria dal punto di vista logico.

50 d.C. Erone di Alessandria disegna un distributore automatico di vino, ed un meccanismo per aprire e chiudere le porte di un tempio comandato da un fuoco che scalda l'acqua in una caldaia.

300 d.C. in India compaiono le cifre posizionali con lo zero.

650 d.C. primo esempio di uso fuori dall'India, in Mesopotamia, delle cifre indiane.

870 d.C. Gerberto d'Aurillac introduce l'abaco che porta il suo nome.

1200 Al-Jazari descrive il cilindro a schegge per comandare il movimento di automi; fornisce pure la descrizione di un "orologio elefante" animato da numerosi automi.

1300 compaiono le prime clessidre ed i primi orologi a scappamento.

1400 Dondi costruisce un orologio a scappamento a verga che calcola i movimenti di tutti i pianeti noti.

1470 compare la stampa a caratteri mobili.

1500/1550 Nicolò Tartaglia costruisce l'Archipendolo per calcolare l'alzo dei mortai, ed il triangolo di Tartaglia per calcolare la dispersione dei colpi intorno all'obiettivo.

1598 Guidobaldo del Monte costruisce un compasso per calcolare il lato dei poligoni inscritti in un cerchio, da cui Galileo deriverà il suo compasso geometrico-militare.

1614 John Napier inventa i logaritmi.

1617 John Napier presenta i bastoncini numerati o regoli per eseguire le moltiplicazioni.

1620 Edmund Gunter costruisce il primo regolo logaritmico.

1623 Wilhelm Schickjard all'Università di Tubinga progetta la prima sommatrice meccanica, progetto riscoperto nel 1930 tra le carte di Keplero.

1624 Henry Briggs pubblica la prima ampia tavola di logaritmi.

1630 in quegli anni Descartes inventa il piano cartesiano, uno strumento concettuale che permette di collegare l'algebra alla geometria.

1642 Blaise Pascal costruisce la Pascalina, la prima macchina funzionante capace di sottrarre e sommare numeri.

1650 Leibniz e Newton mettono a punto separatamente i concetti fondamentali del calcolo differenziale.

1671 Leibniz progetta e costruisce la prima macchina calcolatrice capace di effettuare moltiplicazioni.

1731-38 Vaucanson costruisce i più famosi tra i suoi automi.

1741 Vaucanson viene nominato ispettore generale delle manifatture francesi, con l'incarico di sovrintendere al rilancio della industria della seta: dopo attenti studi introduce un sistema di cilindri forati per comandare i telai; questo sistema è derivato direttamente dai cilindri dentati usati per gli automi.

1745 viene brevettato il regolatore di direzione dei mulini.

1783 viene progettato il primo termostato.

1787 viene impiegato il pendolo centrifugo nei mulini a vento.

1790 Watt installa il pendolo centrifugo sul primo motore rotativo a vapore.

1800 Una commissione presieduta da Laplace mette a punto il sistema metrico decimale che si diffonderà nell'Europa continentale con le invasioni napoleoniche.

1804 Joseph Marie Jacquard costruisce un telaio comandato automaticamente mediante schede di cartone perforate, introduce cioè sulla idea di Vaucanson la possibilità di organizzare modularmente la sequenza dei comandi.

1820 Thomas de Colmar costruisce l'aritmometro, la prima calcolatrice costruita in serie.

1822 Charles Babbage realizza la «macchina differenziale» in grado di svolgere autonomamente calcoli scientifici ed astronomici.

1832 Charles Babbage presenta il progetto di una macchina analitica, mai realizzata, che contiene in maniera estremamente anticipatrice molte delle idee che poi porteranno alla realizzazione dei calcolatori. Tra le altre va ricordata l'applicazione delle schede perforate, recentemente introdotte da Jacquard sui telai, a macchine matematiche. Negli anni immediatamente successivi Lady Ada Byron scrive il primo programma per la macchina di Babbage: il programma avrebbe dovuto ricercare i numeri primi.

1847 George Boole pubblica "L'analisi matematica della logica" una teoria dei sistemi binari nota come "algebra booleana".

1850 Taverier-Gravet aggiunge il cursore al regolo logaritmico. Viene brevettata la prima addizionatrice a tastiera.

1872 Lord Kelvin costruisce il suo analizzatore delle maree, basato sul calcolo analogico.

1876 viene costrita la prima addizionatrice a nastro.

1883 viene costruito il primo registratore di cassa.

1887 Bollée inventa il modo per eseguire le moltiplicazioni senza ricorrere alle somme ripetute.

1889 Dorr Felt realizza la Comptograph, macchina calcolatrice con stampante incorporata.

1890 Hermann Hollerith brevetta la tabulatrice elettrica per il censimento della popolazione degli USA; questa sommatrice impiega schede perforate a quarantacinque colonne.

1919 viene costruito il primo circuito a flip-flop adatto a macchine calcolatrici numeriche.

1921 lo scrittore ceco Karel Capek impiega per la prima volta la parola ROBOT per indicare un lavoratore meccanico automatizzato.

1926 prima comparsa di un robot al cinema in METROPOLIS di Fritz Lang.

1928 la capacità delle schede perforate viene portata a ottanta colonne.

1931 Vanevar Bush costruisce il primo calcolatore analogico moderno.

1936 Alan Turing enuncia il modello teorico del calcolatore.

1937 John V. Atanassof formula le idee base del calcolatore elettronico: calcolo seriale, codice binario, memoria rigenerativa.

1938 Konrad Zuse costruisce lo Z1 il primo calcolatore elettromeccanico.

1941 Konrad Zuse costruisce lo Z3 a controllo programmato mediante nastro perforato.

1944 Howard H. Aiken costruisce Mark, il calcolatore aritmetico universale elettromeccanico come gli Z di Zuse.

1945 John von Neumann progetta E.D.V.A.C., dotato di programma memorizzato.

1946 progettato e realizzato da J.P. Eckert, J.W. Mauchly ed H.H. Goldstine, entra in funzione ENIAC, il primo calcolatore elettronico.

1947 vengono costruiti i primi transistor.

1948 SSEC è il primo calcolatore ad impiegare il programma memorizzato proposto da von Neumann.

1951 compare il FERRANTI MARK1 il primo calcolatore costruito in serie. Viene realizzato WIRL-Wind un calcolatore capace di reagire in tempo reale per gestire un simulatore di volo.

1953 viene sperimentata la prima memoria a disco magnetico.

1956 John Mac Carty, studioso dell'MIT, conia il termine di intelligenza artificiale.

1957 John Backus inventa il primo linguaggio di programmazione, il FORTRAN.

1958 primo esemplare di circuito integrato; diventa operativo il primo sistema di difesa aerea SAGE: una rete di radar collegati ad un enorme elaboratore.

1959 compaiono i calcolatori della seconda generazione a transistor.

1961 primo calcolatore a circuiti integrati; viene installato un robot per il controllo delle presse in una carrozzeria della General Motors.

1964 si diffonde la terza generazione di computer basata sull'impiego dei circuiti integrati.

1965 viene creato il Basic, linguaggio di programmazione destinato a principianti.

1966 viene presentato il Programma 101, primo calcolatore da tavolo.

1968 viene costruita la prima Ram da 1 K (1024 bit di informazioni).

1971 F. Faggin costruisce il primo microprocessore, che caratterizzerà i computer della quarta generazione, quella attualmente sul mercato. Nicolaus Wirt presenta Pascal, il primo linguaggio di programmazione strutturato.

1972 nasce il primo gioco gestito da un calcolatore PONG, costruito da Norman Bushnel.

1975 viene presentato dalla rivista POPULAR ELET-

TRONICS un computer personale da assemblare in casa l'ALTAIR 8800 che costa solo 650 dollari.

1976 K. Appel e W. Haken dimostrano il teorema dei quattro colori con 1200 ore di elaborazione.

1977 Stephen Wozniac e Steven Jobs costruiscono l'APPLE 2, basato su un microprocessore ad otto bit, il primo calcolatore personale a diffusione di massa; nascono i primi videogiochi di avventura: ADVENTURE e DUNGEON.

1978 viene posto in commercio VISICALC, il primo foglio elettronico. Compare CP/M, quello che sarà il più diffuso sistema operativo per personal computers ad otto bit.

1980 compare LOGO, un linguaggio di programmazione destinato ad usi pedagogici.

1981 viene commercializzato negli USA il PC IBM, un personal basato su un microprocessore a sedici bit, che diventa leader del mercato in pochi anni. Viene presentato il sistema operativo MS-DOS.

1982 il governo giapponese lancia il «Progetto per i sistemi informatici della quinta generazione».

1984 viene realizzata la prima memoria RAM da un milione di bit.

1986 viene presentata la Connection Machine, un calcolatore parallelo di grande potenza.

BIBLIOGRAFIA

GEORGES IFRAH, *Storia universale dei numeri*, Mondadori-CDE 1985

L'autore vi espone con molta competenza e con ricchissima documentazione l'origine, l'evoluzione, i principi ed i problemi dei sistemi di numerazione di tutto il mondo. L'ultimo capitolo è dedicato all'origine delle cifre che usiamo attualmente. L'apparato iconografico è eccezionale. È un'opera accessibile a tutti.

ETTORE PICUTTI, *Sul numero e la sua storia*, Feltrinelli 1977

Dopo aver presentato l'origine dei numeri, l'autore illustra ampiamente i sistemi numerici non decimali, le antiche operazioni aritmetiche ed il calcolo sull'abaco; quindi passa in rassegna le questioni relative alla natura del numero ed ai problemi che fin dall'antichità hanno impegnato i matematici: terne pitagoriche, radici, potenze, teoremi vari. Moltissime illustrazioni.

CARL B. BOYER, *Storia della matematica*, Mondadori-CDE 1986

È una rassegna completa della matematica e dei suoi problemi dalle origini fino al XX secolo. Molto spazio è dedicato alla descrizione delle opere dei più importanti matematici. L'autore mette "in chiara luce le idee che 'stanno sotto' agli sviluppi tecnici, esponendole in modo accessibile a chi abbia una cultura di livello liceale; a tale

scopo impiega in modo brillante, descrizioni semplici per illustrare concetti difficili" (dalla Prefazione). Moltissime illustrazioni.

RUDOLF ARNHEIM, *Il pensiero visivo*, Einaudi, paperbacks 47, 1974
In questo libro viene presentata una ipotesi di correlazione tra le capacità visive della nostra specie e le sue capacità di pensiero astratto; il libro è scritto in maniera abbastanza piana e può essere letto anche da non specialisti, che siano interessati a queste problematiche.

G.P. CESERANI, *I falsi adami*, Feltrinelli, u.e., 1969
Libro facile e piacevole che presenta la storia degli automi, correlando la loro utilizzazione con le condizioni socio-ambientali delle diverse epoche. Anche se risale al 1969, è interessante per le idee e gli spunti che presenta.

SEYMOUR PAPERT, *Mindstorms*, Emme 1984
Questo libro costituisce il "manifesto" del movimento LOGO in tutto il mondo; l'autore vi presenta la sua proposta corredandola di ampie riflessioni pedagogiche e socio-culturali. È importantissimo per i lettori interessati ai temi della pedagogia.

H. ABELSON - A. DI SESSA, *La geometria della tartaruga*, Muzzio 1986
Testo specialistico nel quale vengono presentati gli sviluppi della geometria della tartaruga. Richiede il possesso di notevoli conoscenze matematiche.

W.H. GLENN - D.H. JOHNSON, *Strumenti per calcolare*, Zanichelli 1965
Semplice manualetto dedicato alle scuole dell'obbligo, redatto in maniera molto chiara e ricco di notizie ed informazioni precise. Se ne consiglia la lettura a chiunque voglia conoscere da vicino alcuni dei più importanti metodi di calcolo citati nel nostro lavoro.

AA.VV., *Dalla selce all'elettronica*, Le Scienze (letture da), 1978
È una raccolta di articoli pubblicati dalla rivista LE

SCIENZE. Presenta un notevole interesse per la documentazione e per la ampiezza degli argomenti trattati. Il tema unificante è la storia della tecnologia in generale.

LE SCIENZE: numeri di nov. 1984, ott. 1985, sett. 1986.
LE SCIENZE QUADERNI: numeri 14 del 3/84, 18 dell'11/84 e 25 del 9/85.
Contengono articoli sugli argomenti affrontati nel libro.

Altri testi consultati

Claude Lévi-Strauss, *La vita familiare e sociale degli Indiani Nambikwara*, Einaudi 1982

Claude Lévi-Strauss, *Razza e storia*, Einaudi 1967

Lucien Lévy-Bruhl, *La mentalità primitiva*, Einaudi 1981

Tobias Dantzig, *Il Numero. Linguaggio della scienza*, La Nuova Italia 1985

Helmut Uhlig, *I Sumeri*, Garzanti 1982

Storia Universale Illustrata, Fabbri 1970

Tullio De Mauro, *Guida all'uso delle parole*, Editori Riuniti 1980

Plutarco, *Vite parallele*, 2° vol., Mondadori 1981

Tito Lucrezio Caro, *La Natura*, BUR 1986

Stanley Wolpert, *La civiltà indiana*, Bompiani-CDE 1985

Francesco Ricci, *Tesoro Aritmetico*, Urbino 1667

Fra Bartolomé de Las Casas, *La leggenda nera (Apologetica Historia)*, Feltrinelli 1972

L.S. Vygotskij - A.R. Lurija, *La scimmia, l'uomo primitivo, il bambino*, Giunti 1987

Giacomo Devoto, *Il linguaggio d'Italia*, BUR 1977

Federico Arborio Mella, *La civiltà araba*, Mursia-CDE 1986

Claudio Tolomeo, *Tetrabiblos*, Arktos 1979

Charles Singer, *Breve storia del pensiero scientifico*, Einaudi 1982

Laura Conti - Cesare Lamera, *Tecnologia dalle origini al 2000*, Mondadori 1982

Franco Agostini, *Giochi logici e matematici*, Mondadori-CDE 1984

Atlante storico, Garzanti 1975

Enciclopedia storica, Zanichelli 1975

Rosalie David, *L'Egitto dei faraoni*, Newton Compton 1984

AA.VV., *Alla scoperta della matematica*, Teti 1980

Ugo Enrico Paoli, *Vita romana*, Mondadori 1980

AA.VV., *Dizionario di linguistica*, Zanichelli 1979

C.W. Ceram, *Civiltà sepolte*, Einaudi 1978

C.W. Ceram, *Civiltà al sole*, Mondadori 1969

Platone, *Opere complete*, Laterza 1984

Georges Radet, *Alessandro il Grande*, Mondadori 1974

Luciano Canfora, *La biblioteca scomparsa*, Sellerio 1987

NOTE

1. Claude Lévi-Strauss, La vita familiare e sociale degli Indiani Nambikwara, Einaudi 1982
1a, pag. 14
1b, pag. 25
1c, pag. 25
1d, pag. 156

2. Lucien Lévy-Bruhl, La mentalità primitiva, Einaudi 1981
2a, pag. 13
2b, pagg. 12-13
2c, pag. 13
2d, pag. 16

3. Tobias Dantzig, Il Numero. Linguaggio della scienza, La Nuova Italia 1985
3a, pag. 7
3b, pag. 29

4. Georges Ifrah, Storia universale dei numeri, Mondadori-CDE 1985
4a, pag. 28
4b, pag. 491

5. Helmut Uhlig, I Sumeri, Garzanti 1982
5a, pag. 83
5b, pag. 70

6. Storia Universale Illustrata, Fabbri 1970
6a, 1. vol., pag. 45
6b, 6. vol., pag. 63
6c, 1. vol., pag. 57

7. L'Europeo, Rizzoli
7a, 17.1.85, pag. 85

8, Carl B. Boyer, Storia della matematica, Mondadori-CDE 1986
8a, pag. 15
8b, pag. 17
8c, pag. 20
8d, pag. 196
8e, pag. 268
8f, pagg. 62-63

9. A.D. Aleksandrov - A.N. Kolmogorov - M.A. Lavrentiev, Le matematiche, Boringhieri 1977
9a, pagg. 24-25
9b, pag. 338

10. Tullio De Mauro, Guida all'uso delle parole, Editori Riuniti 1980
10a, pagg. 63-64

11. Ettore Picutti, Sul numero e la sua storia, Feltrinelli 1977
11a, pag. 44

12. Plutarco, Vite Parallele, 2° vol., Mondadori 1981
12a, pag. 335
12b, pag. 336
12c, pag. 335
12d, pag. 332

13. Tito Lucrezio Caro, La Natura, BUR 1986
13a, pag. 109

14. Stanley Wolpert, La civiltà indiana, Bompiani-CDE 1985
14a, pag. 71

15. Francesco Ricci, Tesoro Aritmetico, Urbino 1667
15a, pag. 5
15b, pag. 100
15c, pag. 3

16. Le scienze, quaderno n. 18/84
16a, pag. 36

17. Fra Bartolomé de Las Casas, La leggenda nera (Apologetica Historia), Feltrinelli 1972
17a, pag. 214
17b, pagg. 219-220

18. L.S. Vygotskij - A.R. Lurija, La scimmia, l'uomo primitivo, il bambino, Giunti 1987
18a, pag. 89
18b, pag. 97

19. Giacomo Devoto, Il linguaggio d'Italia, BUR 1977
19a, pag. 79

20. Federico Arborio Mella, La civiltà araba, Mursia-CDE 1986
20a, pag. 84

21. Corriere Unesco, Giunti, n. 8/9 1977
21a, pag. 44

22. Dalla selce all'elettronica, Le scienze 1978
22a, pag. 127

23. Claudio Tolomeo, Tetrabiblos, Arktos 1979
23a, pagg. 27-28
23b, pag. 30
23c, pag. 35

24. Domenica del Corriere, 1967
24a, Storia degli aviatori, 1ª p.

25. Seymour Papert, Mindstorms, Emme 1984
25a, pagg. 11-12

INDICE

Finito di stampare nel mese di febbraio 1990 dalla AGEL s.r.l. - Rescaldina (MI)
per conto del Gruppo Editoriale Fabbri, Bompiani, Sonzogno, Etas S.p.A.
Via Mecenate, 91 - 20138 Milano

strumenti Bompiani
collana diretta da Umberto Eco

I manuali di questa collana sono concepiti per un pubblico che può andare da insegnanti e studenti delle scuole medie e dell'università al lettore colto e curioso. Come orientamento immediato, ma non rigido, valgono le varie sfumature dei colori di copertina. Le sfumature di rosso indicano che il libro si rivolge a un lettore che su un dato soggetto desidera conoscere anche le nozioni elementari. Le sfumature di blu e di verde prevedono un lettore che sull'argomento abbia già una conoscenza di base e che desideri approfondire la materia con particolare riguardo agli sviluppi più recenti. Le sfumature di giallo caratterizzano i compendi di carattere storico.

Questo volume descrive le tappe dell'evoluzione della scrittura dei sistemi di numerazione e calcolo, e il loro rapporto con la progressiva strutturazione del pensiero.
Nella presentazione Silvio Ceccato cerca di scoprire ciò che deve essere accaduto prima, quando l'uomo operava più con spontaneità biologica che con intenzionalità consapevole.
In questi ultimi anni l'espansione degli interessi economici, militari e culturali ha portato alla realizzazione di sistemi molto sofisticati che consentono l'acquisizione e l'elaborazione, in tempo reale, di dati e informazioni. Le macchine da calcolo che ci circondano tendono però a sostituire l'essere umano, lasciandogli nel contempo maggiori spazi e maggiore energia. Solo l'utilizzo intelligente e creativo di questi nuovi spazi consentirà di compiere veramente un passo in avanti.

ISBN 88-452-1548-2
9 788845 215483

L. 14.000